

∞ DEVOIR MAISON 3 ∞
DIVISIBILITÉ ET DIVISION EUCLIDIENNE

Vous traiterez au moins un exercice parmi les trois suivants.

Exercice 1.



1. Le reste de la division euclidienne de l'entier naturel a par 18 est 13.
Quel est le reste de la division euclidienne de a par 9? Par 6? Par 3?
2. (a) Montrer que tout entier naturel n s'écrit nécessairement sous l'une des trois formes $3k$, $3k + 1$ ou $3k + 2$ avec $k \in \mathbb{N}$.
(b) Montrer que dans la division euclidienne de $(n^2 + n)$ par 3 (où n désigne un entier quelconque), le reste n'est jamais égal à 1.

Exercice 2.



Pour n entier naturel non nul, on note M_n l'entier :

$$M_n = 2^n - 1$$

1. Pour $1 \leq n \leq 15$, quels sont les nombres M_n premiers?
2. (a) Soit k un entier naturel non nul et a un entier quelconque. Montrer que $a - 1$ divise $a^k - 1$ pour $a \neq 1$.
Indication : On utilisera un résultat sur les suites géométriques.
(b) En déduire que, si d divise n , alors $2^d - 1$ divise M_n .
3. Déduire de la question 2. que, si M_n est premier, alors n est premier. La réciproque est-elle vraie?

Exercice 3.



Ecrire un algorithme qui pour deux entiers données a et b affiche le reste de la division euclidienne de a par b .