

## ♯ DEVOIR MAISON 2 ♯ RAISONNEMENT PAR RÉCURRENCE

Vous traiterez au choix deux exercices parmi les cinq suivants.

### Exercice 1.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$$

Démontrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 0 < u_n \leq 2$$



### Exercice 2.

On considère la suite  $v$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$v_0 = 0 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + 2n + 1$$

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite  $v$ , puis conjecturer l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
2. Démontrer par récurrence votre conjecture émise à la question 1.



### Exercice 3.

On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{9}{6 - v_n} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que :

$$0 < v_n < 3$$



### Exercice 4.

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$  non nul on a <sup>1</sup> :

$$n! \geq 2^{n-1}$$



### Exercice 5.

Démontrer par récurrence que pour tout entier  $n > 4$  on a :

$$2^n > n^2$$



1. On rappelle que  $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$   
D. Zancanaro  
zancanaro.math@gmail.com