

## ~ DEVOIR MAISON 23 ~ FONCTIONS

### Exercice 1. Partie A

$f$  est une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

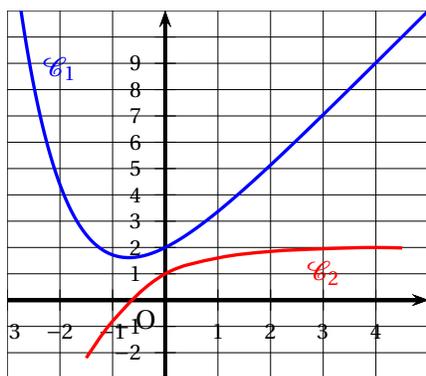
Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on nomme  $\mathcal{C}_1$  la courbe représentative de la fonction  $f$  et  $\mathcal{C}_2$  la courbe représentative de la fonction  $f'$ .

Le point A de coordonnées (0 ; 2) appartient à la courbe  $\mathcal{C}_1$ .

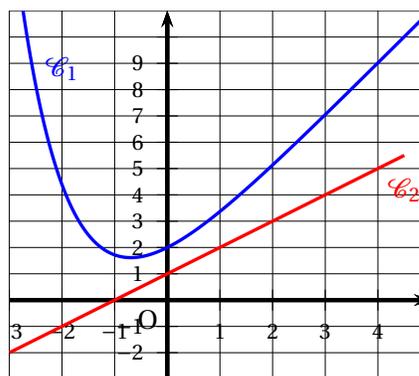
Le point B de coordonnées (0 ; 1) appartient à la courbe  $\mathcal{C}_2$ .

1. Dans les trois situations ci-dessous, on a dessiné la courbe représentative  $\mathcal{C}_1$  de la fonction  $f$ . Sur l'une d'entre elles, la courbe  $\mathcal{C}_2$  de la fonction dérivée  $f'$  est tracée convenablement. Laquelle ? Expliquer le choix effectué.

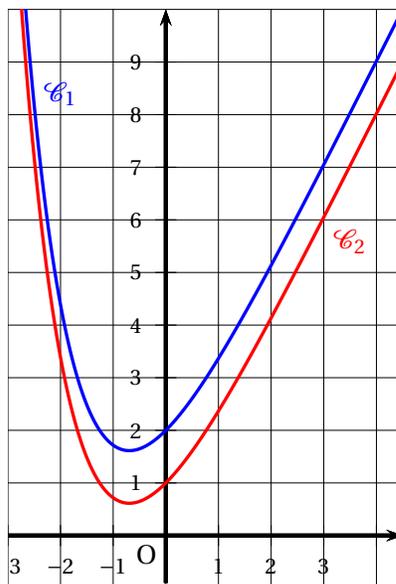
Situation 1



Situation 2 ( $\mathcal{C}_2$  est une droite)



Situation 3



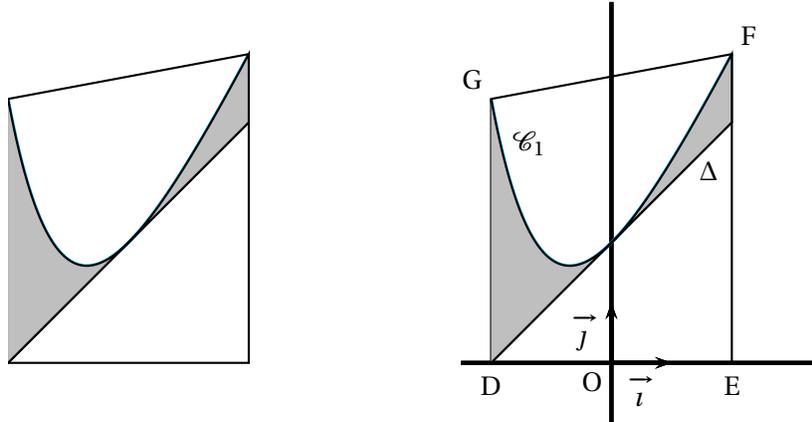
2. Déterminer l'équation réduite de la droite  $\Delta$  tangente à la courbe  $\mathcal{C}_1$  en A.
3. On sait que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = e^{-x} + ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels.
  - (a) Déterminer la valeur de  $b$  en utilisant les renseignements donnés par l'énoncé.
  - (b) Prouver que  $a = 2$ .
4. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
5. Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .

**Partie B**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = f(x) - (x + 2)$ .

1. (a) Montrer que la fonction  $g$  admet 0 comme minimum sur  $\mathbb{R}$ .
- (b) En déduire la position de la courbe  $\mathcal{C}_1$  par rapport à la droite  $\Delta$ .

La figure 2 ci-dessous représente le logo d'une entreprise. Pour dessiner ce logo, son créateur s'est servi de la courbe  $\mathcal{C}_1$  et de la droite  $\Delta$ , comme l'indique la figure 3 ci-dessous. Afin d'estimer les coûts de peinture, il souhaite déterminer l'aire de la partie colorée en gris.



Le contour du logo est représenté par le trapèze DEFG où :

- D est le point de coordonnées  $(-2 ; 0)$ ,
- E est le point de coordonnées  $(2 ; 0)$ ,
- F est le point d'abscisse 2 de la courbe  $\mathcal{C}_1$ ,
- G est le point d'abscisse  $-2$  de la courbe  $\mathcal{C}_2$ .

La partie du logo colorée en gris correspond à la surface située entre la droite  $\Delta$ , la courbe  $\mathcal{C}_1$ , la droite d'équation  $x = -2$  et la droite d'équation  $x = 2$ .

2. Calculer, en unités d'aire, l'aire de la partie du logo colorée en gris (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à  $10^{-2}$  du résultat).