≈ DEVOIR MAISON 19 ≈
CALCUL DE PGCD - THÉORÈME DE BEZOUT

Exercice 1. On rappelle que 2003 est un nombre premier.

1. (a) Déterminer deux entiers relatifs u et v tels que :

$$123u + 2003v = 1$$

- (b) En déduire un entier relatif k_0 tel que $123k_0 \equiv 1[2003]$.
(c) Montrer que, pour tout entier relatif x on a $123x \equiv 456[2003]$ si et seulement si $x = 456k_0[2003]$.
(d) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs x tels que : $123x \equiv 456[2003]$.
(e) Montrer qu'il existe un unique entier n tel que : $1 \leq n \leq 2002$ et $123n \equiv 456[2003]$.
2. Soit a un entier tel que $1 \leq a \leq 2002$.
- (a) Déterminer $\text{PGCD}(a; 2003)$.
(b) En déduire qu'il existe un entier m tel que $am \equiv 1[2003]$.
(c) Montrer que, pour tout entier b , il existe un unique entier x tel que $0 \leq x \leq 2002$ et $ax \equiv b[2003]$.