Devoir Maison 13
Etude de fonction - Exponentielle

Tout élève traitera au moins un exercice.

Exercice 1. ♠♠

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer la limite de f en $-\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote dont on précisera une équation.
2. (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :

   $$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

   (b) En déduire la limite de f en $+\infty$ et l'existence d'une deuxième asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ dont on précisera une équation.
3. Démontrer que pour tout réel x on a :

   $$f(-x) = -f(x)$$

   Que peut-on en déduire pour la fonction f et pour sa représentation graphique ?
4. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis étudier son signe. En déduire le tableau de variations de f.

Exercice 2. ♠♠

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{x^2 - 2x}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer les limites de f en $\pm\infty$. Que peut-on en déduire ?
2. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x et déterminer son signe.
3. Dresser le tableau de variations de f.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 1$.