

~ DEVOIR MAISON 12 ~ MATRICE - CALCULATOIRE...

Tout élève traitera au moins un exercice.

Exercice 1.



1. On considère les matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Calculer $M \times N$ et $N \times M$.

2. On considère les matrices :

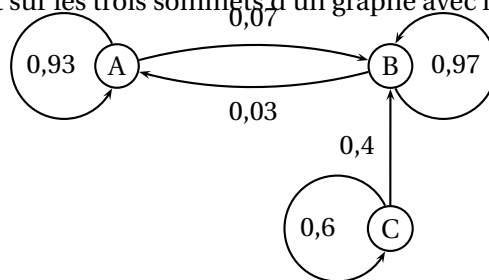
$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Déterminer deux réels a et b tels que $A = aI_3 + bJ$
- Vérifier que $J \times J = 3J$ et en déduire que $A \times A + 5A + 4I_3 = 0_3$
- Déterminer une matrice B telle que $A \times B = I_3$

Exercice 2.



On considère un mobile se déplaçant sur les trois sommets d'un graphe avec les probabilités indiquées ci-dessous :



On note $X_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$ le vecteur colonne donnant les probabilités que le mobile occupe les sommets A, B et C n instants après son départ.

- Donner la matrice de transition T associée à ce graphe.
- S'il part du sommet A :
 - Calculer X_1 et X_2 .
 - Démontrer par récurrence que $X_n = T^n X_0$.
 - Donner à l'aide de la calculatrice X_{30} .
- S'il part du sommet B :
 - Calculer X_1 et X_2 .
 - Démontrer par récurrence que $X_n = T^n X_0$.
 - Donner à l'aide de la calculatrice X_{30} .
- S'il part du sommet C :
 - Calculer X_1 et X_2 .
 - Démontrer par récurrence que $X_n = T^n X_0$.
 - Donner à l'aide de la calculatrice X_{30} .