

∞ DEVOIR MAISON 10 ∞ MATRICE - SAUT DE PUCE

Exercice 1.



Deux familles de puces sautent simultanément sur deux marches consécutives d'un escalier.

A chaque saut, $1/5^e$ des puces situées sur la marche 1 réussit à monter sur la marche 2. En revanche, à chaque saut, $3/10^e$ des puces de la marche 2 redescendent sur la marche 1.

1. Ecrire la matrice M de transition pour un saut donne les fréquences de passage d'une marche à l'autre. (Chaque colonne correspond à une même marche de départ et chaque ligne à une même marche d'arrivée).
2. On sait qu'au départ il y a seulement 40 puces sur la marche 1 et 1000 sur la marche 2. On note P_0 le vecteur colonne donnant cette répartition par marche :

$$P_0 = \begin{pmatrix} 40 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

- (a) Calculer le nombre de puces sur chaque marche après 1 saut ; écrire le résultat sous la forme d'une matrice colonne P_1 .
 - (b) Déterminer la répartition du nombre de puces après 2 sauts et 3 sauts. Ecrire les opérations comme un produit de matrice.
3. Que se passe-t-il si au départ il y a 600 puces sur la marche 1 et 400 sur la marche 2 ?