Quadrilatères

Définition 1.

Un **quadrilatère** est un polygone à ....

Définition 2.

Un .... est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Définition 3.

Un .... est un quadrilatère qui a ses côtés opposés deux à deux parallèles.

Propriété 1.

— Les diagonales d'un parallélogramme se coupent ....

— Les côtés d'un parallélogramme sont deux à deux ....

Reconnaître un parallélogramme

ABCD est un quadrilatère.

1. Si les côtés de ABCD sont deux à deux .... alors ABCD est un parallélogramme.
2. Si les diagonales de ABCD se coupent .... alors ABCD est un parallélogramme.
3. Si ABCD est un quadrilatère non croisé et que ses côtés sont deux à deux .... alors ABCD est un parallélogramme.
4. Si ABCD est un quadrilatère non croisé et qu'il a deux côtés opposés .... alors ABCD est un parallélogramme.

Définition 4.

Un .... est un parallélogramme avec un angle droit.

Propriété 2.

— Un rectangle possède donc les propriétés du ....

— Les diagonales d'un rectangle sont ....

— Un rectangle possède .... angles droits.

Définition 5.

Un …………………… est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur.

Propriété 3.

- Un losange possède donc les propriétés du ………………………
- Les diagonales d'un losange sont ………………………
- Un losange possède ………… côtés de même longueur.

Définition 6.

Un …………… est un quadrilatère qui est à la fois un ……………………… et un ……………………… (donc aussi un ………………………………).

Propriété 4.

Un carré possède donc les propriétés du ………………………, du ……………………… et du ………………………

Dessiner à la règle et au compas un quadrilatère quelconque, un trapèze, un parallélogramme, un rectangle, un losange et un carré.

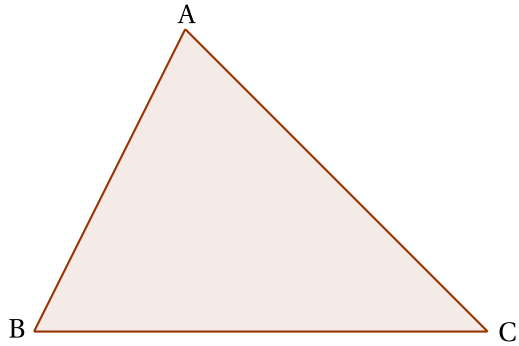
Triangles

Droites remarquables du triangle

Dans chaque cas, compléter la figure par la droite remarquable énoncée. Ne pas oublier de coder la figure !

Définition 7.

La **médiatrice** d'un segment [AB] est la droite coupant ce segment .... et ....



Propriété 5.

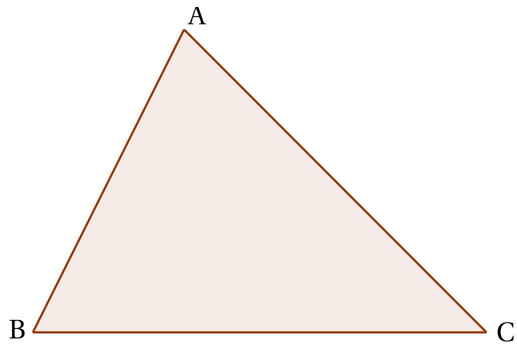
Les trois médiatrices des côtés d'un triangle sont ....
en un point O qui est le .... à ce triangle.

Remarques :

- La médiatrice d'un segment [AB] est l'ensemble des points du plan à égale distance de A et de B.
  Autrement dit, un point M appartient à la médiatrice de [AB] si et seulement si AM = ...
- Sur la figure ci-dessus, on en déduit que OA = ... = ...
- Pour construire la médiatrice d'un segment [AB] au compas, on construit un losange de *diagonale* [AB] (on trouve ses deux autres sommets, il est inutile de tracer les côtés).
  La médiatrice de [AB] est alors l'autre *diagonale* du losange.

Définition 8.

Dans un triangle ABC, la **médiane** issue du sommet A est la droite passant par .... et par ....



Propriété 6.

Les trois médianes d'un triangle sont ....
en un point G appelé .... du triangle.

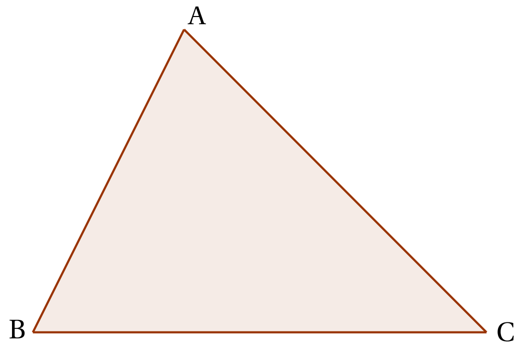
Remarques :

- G se trouve aux deux tiers de la médiane [AA′] en partant de A. Ainsi AG = ... AA′.

— Pour construire le milieu d'un segment [AB] au compas, on utilise la médiatrice de [AB].

Définition 9.

Dans un triangle ABC, la **hauteur** issue de A est la droite passant par .... et ....

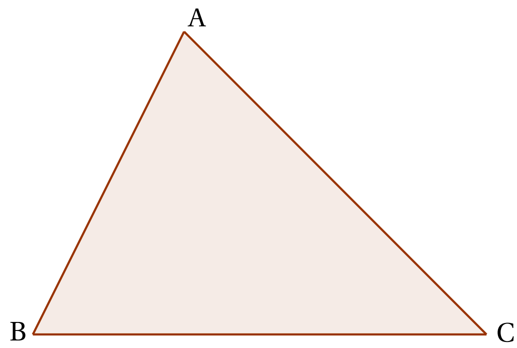


Propriété 7.

Les trois hauteurs d'un triangle sont ....
en un point H appelé.......................... du triangle.

Définition 10.

La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage cet angle en ....



Propriété 8.

Les trois bissectrices sont ....
en un point I qui est le .... dans le triangle.

Remarque : Pour construire la bissectrice d'un angle $\widehat{ABC}$, on construit en fait un losange de *côtés* [AB] et [BC] (on trouve son dernier sommet, il est inutile de tracer ses côtés). La bissectrice de $\widehat{ABC}$ est la *diagonale* du losange passant par B.

Théorème 1.

Dans un triangle ABC isocèle en A, les droites remarquables du triangle issues de A sont ....

Le triangle rectangle

Propriété 9.

Dans un triangle rectangle, ... est le côté opposé à l'angle droit.
Il s'agit du côté le plus .... du triangle.

Remarque : Tant que l'on n'a pas prouvé qu'un triangle est rectangle (ou que ce n'est pas dit dans l'énoncé), on ne peut pas parler d'hypoténuse.

Théorème 2.

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre .... au triangle (c'est donc aussi le point de concours des ....).
On peut donc en déduire que dans un triangle ABC rectangle en A avec O milieu de [BC] on a OA = ... = ...

Réciproque : Un triangle inscrit dans un demi-cercle avec pour côté un diamètre de ce cercle est un triangle rectangle (d'hypoténuse ce diamètre).

Faire une figure illustrant ce théorème.

Théorème 3. (Pythagore (−580 à −500))

Si ABC est un triangle rectangle en A alors ....
Réciproque : Si dans un triangle ABC on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est ....
Contraposée : Si dans un triangle ABC on a $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC ....

Définition 11. (Trigonométrie)

Si ABC est un triangle *rectangle* en A alors :

$$\cos \hat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \qquad \sin \hat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

Triangles « proportionnels »

Théorème 4. (des milieux)

— La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est .... au troisième côté de ce triangle.

— Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un autre côté alors elle passe par .... du troisième côté du triangle.

Théorème 5. (Thalès (−627 à −547))

Soit ABC un triangle et M et N deux points appartenant respectivement aux droites (AB) et (AC), distincts de A.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.
Réciproque : Si $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ et si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre alors les droites (BC) et (MN) sont ....

Faire trois figures différentes de la situation :

— $M \in [AB]$

— $M \in [AB)$ *non sur* $[AB]$

— $M \in [BA)$ *non sur* $[AB]$.

Symétries

Sur les figures ci-dessous, construire à chaque fois le symétrique $A'B'C'$ *du triangle* ABC *par rapport au point ou à l'axe donné.*

Définition 12.

M' est l'image du point M par la **symétrie de centre** O signifie que O est ....

Propriété 10.

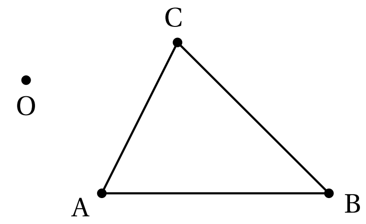
La symétrie centrale conserve :

— l'alignement,

— les ....,

— le parallélisme,

— les angles géométriques et orientés.



Définition 13.

M' est l'image du point M par la **symétrie d'axe** Δ signifie que la droite Δ est ....

Propriété 11.

La symétrie axiale conserve :

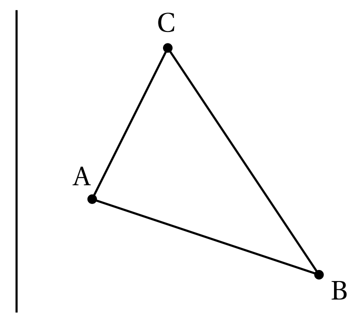
— l'alignement,

— les ....,

— le parallélisme,

— les .... géométriques.

Par contre, elle inverse les angles ....



En perspective cavalière :

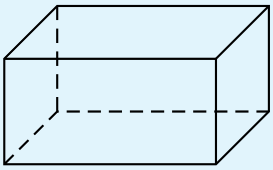
1. Les segments visibles sont dessinés en traits ....; les autres sont dessinés en ....
2. **Conservation de l'alignement et du parallélisme** :
   - Des points alignés sont représentés par des points ....
     Attention ! Des points alignés sur le dessin ne le sont pas forcément dans la réalité !
   - Deux droites de l'espace parallèles (dans un plan) sont représentées par deux droites ....
   - Des droites concourantes (dans un plan) sont représentées par des droites ....
     Attention ! Des droites concourantes sur le dessin ne le sont pas forcément dans la réalité !
3. **Conservation des proportions de distance** :
   - Le milieu d'un segment est représenté par le .... du segment dessiné.
   - Dans un plan de face, une figure est représentée à l'échelle, dans les autres plans, les tailles sont réduites ....
     Attention ! Les angles ne sont pas conservés (sauf dans le plan de face)

Quelques solides et leur volume

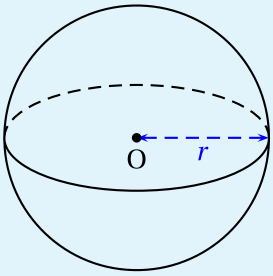
Parallélpipède rectangle :

V = aire de la base × hauteur

$V = \cdots \times \cdots \times \dots$

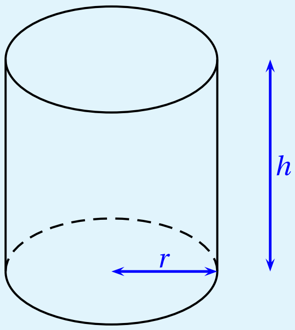


Sphère : $V = \cdots \times \cdots \times \dots$

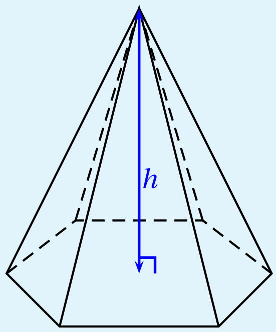


Cylindre : V = aire de la base × hauteur

$V = \cdots \times \cdots \times \dots$



Pyramide : $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base × hauteur



Cône : $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base × hauteur

$V = \frac{1}{3} \times \cdots \times \cdots \times \dots$