

~ DEVOIR SURVEILLÉ 5 ~

CORRECTION

Exercice 1 : On tire au hasard **une carte** dans un jeu de 32 cartes.

Sur le sujet **7 points**

On s'intéresse aux événements A : « Obtenir une couleur noire (trèfle ou pique) » et B : « Obtenir un roi »

1. Il y a autant de cartes noires que de cartes rouges, autrement dit $P(A) = \frac{1}{2}$

Ou encore : la moitié des cartes sont noires, donc il y en a 16 et $P(A) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

Il y a quatre rois dans le jeu, donc $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

Ou encore : il y a quatre couleurs avec chacune $\frac{32}{4} = 8$ cartes et un roi par couleur, autrement dit $P(B) = \frac{1}{8}$

2. $A \cap B$: « Obtenir une carte noire et un roi » ie « Obtenir un roi noir »

$A \cup B$: « Obtenir une carte noire ou un roi »

$\bar{B}$: « Ne pas obtenir de roi »

3. Il y a deux rois noirs dans le jeu, ainsi $P(A \cap B) = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

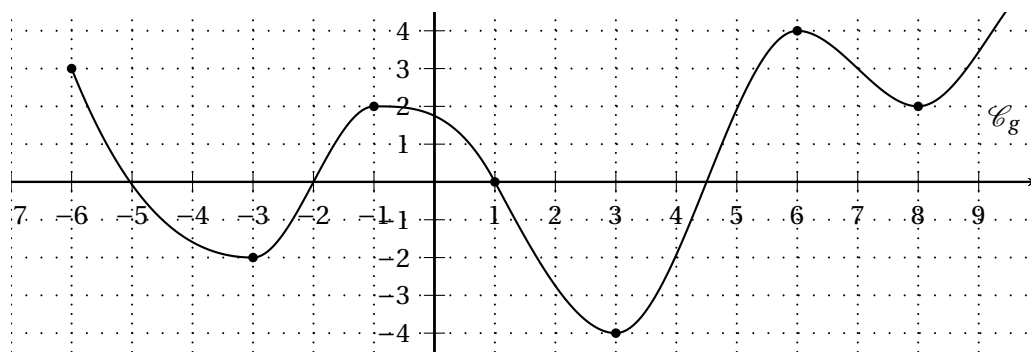
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{32} + \frac{4}{32} - \frac{2}{32} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

Si vous avez trouvé 0 ici, c'est bien illogique : il serait impossible d'obtenir un roi ou une carte noire ??? J'ai déjà accompli des miracles dans ce cas !

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \quad \text{Logique puisque 7 cartes par couleur ne sont pas des rois !}$$

Exercice 2 : On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ d'une fonction g .

6 points



1. $D_g = [-6; +\infty[$

2. Le minimum de g est -4 atteint quand $x = 3$

x	-6	-3	-1	3	6	8	$+\infty$
Variations de g	3		2		4		
		-2		-4		2	

3.

x	-6	-5	-2	1	4.5	$+\infty$
Variations de g		+	0	-	0	+

4.

5. $S = [-5; -1] \cup [4.5; +\infty[$

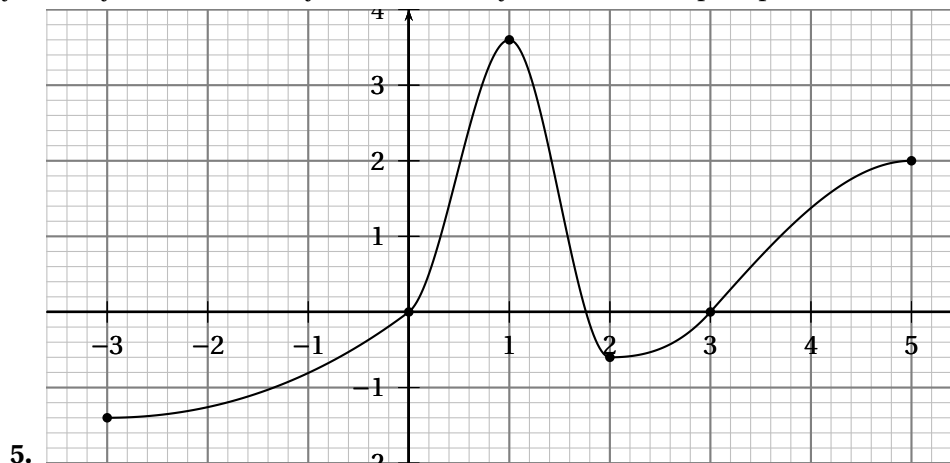
 **Exercice 3** : On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f . **7 points**

x	-3	0	1	2	3	5
Variations de f	-1.4	0	3.6	-0.6	0	2

- L'origine a pour coordonnées (0;0).
- $-2 < -1$ et f conserve l'ordre sur $[-2; -1]$ donc $f(-2) < f(-1)$
 - $-3 < -2 < -1$ et f conserve l'ordre sur $[-3; -1]$ donc $f(-3) < f(-2) < f(-1)$.
Or $f(1) = 3.6 < 4$ donc $f(-2) < 4$
 - Pour $f(-2)$ et -1 , on ne peut pas savoir. Au mieux on sait comme ci-dessus que $-1.4 < f(-2) < f(0) = 0$.
 - $1 < 1.5$ et f inverse l'ordre sur $[1; 1.5]$ donc $f(1) > f(1.5)$
 - $1.5 < 1.7$ et f inverse l'ordre sur $[1.5; 1.7]$ donc $f(1.5) < f(1.7)$
 - f change de sens de variation en 2, donc entre 1.7 et 4. Ainsi on ne peut pas savoir l'ordre de $f(1.7)$ et $f(4)$.
- On sait déjà que f s'annule en 0 et en 3.
Le tableau de variations nous indique également que f s'annule en une valeur comprise entre 1 et 2.
Par exemple 1.3, mais n'importe quelle valeur entre 1 et 2 exclus est cohérente et pourrait convenir.
Ensuite il est simple de lire le signes de $f(x)$ sur chacune intervalle.

x	-3	0	1.3	3	5
Variations de f	-	0	+	0	+

- $\leadsto$ La courbe peut passer par B(4;1) car $3 < 4 < 5$ et f est croissante sur $[3; 5]$ donc on sait que $f(3) < f(4) < f(5) \iff 0 < f(4) < 2$. Ainsi $f(4) = 1$ peut convenir.
 $\leadsto$ La courbe ne peut pas passer par C(-1;1) car $-3 < -1 < 0$ et f est croissante sur $[-3; 0]$ donc on sait que $f(-3) < f(-1) < f(0) \iff -1.4 < f(-1) < 0$. Ainsi $f(-1) = 1 > 0$ ne peut pas convenir.



? Question : Cactus en Bonus

Lorsque l'on ajoute les gâteaux à la crème, ceux aux fruits et ceux sans crème ni fruits, on obtient 40 gâteaux. Cela fait plus que 35 car parmi ceux là, on a compté deux fois les gâteaux qui contiennent de la crème et des fruits (une fois dans les fruits, une fois dans les crèmes). Ainsi, les 5 gâteaux en trop sont ceux qui contiennent de la crème et des fruits et la probabilité cherchée est $\frac{5}{32}$.