

Contrôle commun n° 2

Exercice n° 1: Cynthia avait un devoir de mathématiques. Vous avez ci-dessous, la copie de Cynthia avec les questions posées et les réponses proposées par cette élève.

On pose $f(x) = 3(2x-1) - (2x-1)^2$

1. Développer $f(x)$:

Réponse : On obtient $f(x) = 6x - 3 - (4x^2 - 4x + 1)$

soit $f(x) = -4x^2 + 10x - 4 = -4x^2 + 6$

Correction :

1a : 0 1 2 9

1b : 0 1 2 9

2. Factoriser $f(x)$:

Réponse : On obtient $f(x) = (2x-1)[3 - (2x-1)]$

soit $f(x) = (2x-1)(-2x+4)$

Correction :

1c : 0 1 2 9

1d : 0 1 2 9

3. Résoudre $f(x) \geq -4$:

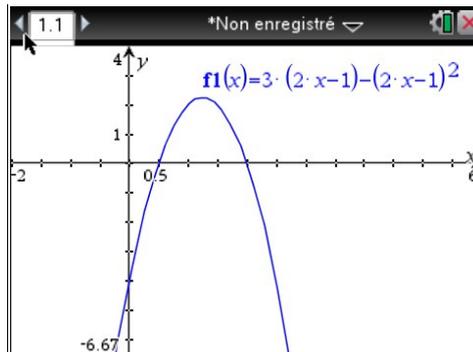
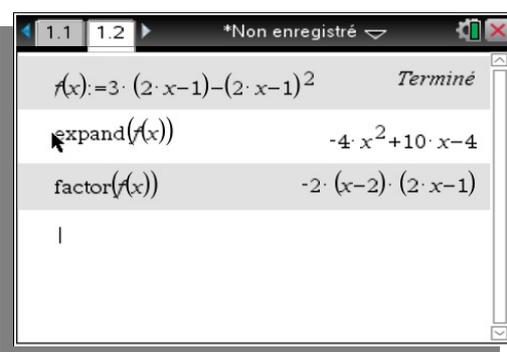
Réponse : $S =]-\infty; 0[\cup \left[\frac{5}{2}; +\infty[$

Correction :

1e : 0 1 2 9

1f : 0 1 2 9

1. Pour ces trois questions, Cynthia décide d'utiliser sa calculatrice pour vérifier ses résultats. Elle obtient les écrans suivant :



(*expand*:développer ; *factor* : factoriser)

- Comparer les résultats des questions 1. et 2. de la copie de Cynthia avec ceux obtenus à l'aide de la calculatrice, puis corriger les erreurs éventuelles sur la copie de Cynthia.
- Comparer la réponse de Cynthia à la question 3 avec la représentation graphique de f obtenu à la calculatrice. Rectifiez éventuellement la réponse proposée sur la copie. (on ne demande pas de résoudre l'inéquation).

2. Paul se trouve dans la même classe que Cynthia. Il avait le même devoir et pour la question n° 3, il a effectué le début de résolution, mais n'a pas eu le temps de le finir. Terminer le devoir de Paul.

3. Résoudre $f(x) \geq -4$:

Réponse : On sait que $f(x) = -4x^2 + 10x - 4$. Donc résoudre $f(x) \geq -4$ équivaut à $-4x^2 + 10x - 4 \geq -4$. Donc $-4x^2 + 10x \geq 0$. On factorise par x ce qui donne $x(-4x + 10) \geq 0$

Pour résoudre cette inéquation je vais utiliser un.....

1g: 0 1 2 9

1h: 0 1 2 9

1i: 0 1 2 9

1j: 0 1 2 9

1k: 0 1 2 9

1l: 0 1 2 9

Exercice n° 2 :

1. Compléter les inégalités suivantes en mettant dans les pointillés le symbole de comparaison adéquat et justifier sans utiliser de calcul de valeurs. Les justifications peuvent éventuellement prendre plusieurs étapes et utiliser les variations des fonctions « carrée » et « inverse ».

a) $\frac{1}{-1,2} \dots \frac{1}{-1,1}$ justification:

2a: 0 1 2 9

2b: 0 1 2 9

b) $1,1^2 \dots 1,2^2$ justification:

2c: 0 1 2 9

2d: 0 1 2 9

c) $\frac{1}{\pi} \dots \frac{1}{3,1415}$ justification :

2e: 0 1 2 9

2f: 0 1 2 9

2. Sachant que $x < -3$ donner le plus petit intervalle contenant $\frac{1}{x}$

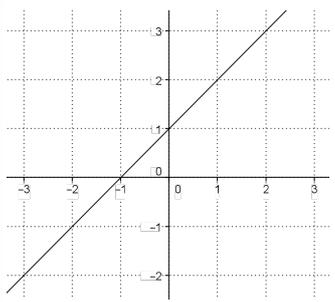
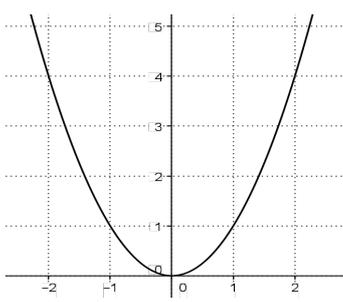
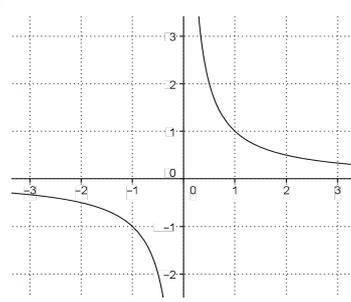
2g: 0 1 2 9

Exercice n° 3 :

1) Pour chacune des courbes ci-dessous :

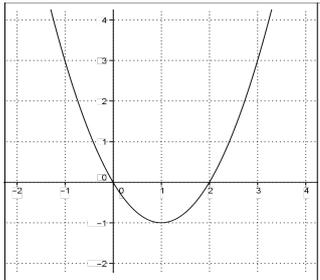
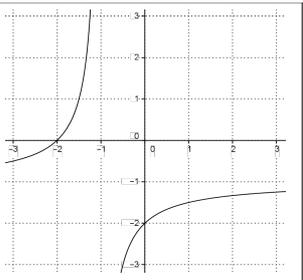
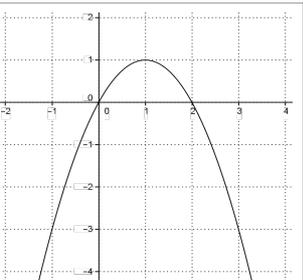
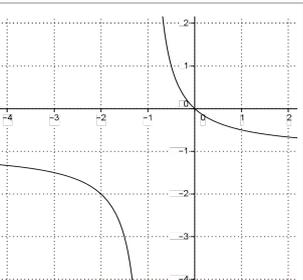
a) Indiquer de quel type de courbe il s'agit,

b) Puis donner l'expression algébrique de la fonction représentée graphiquement.

			
Type de courbe			

3a : 0 1 2 9
3b : 0 1 2 9
3c : 0 1 2 9

2) Ci-dessous sont données quatre courbes représentatives puis 5 fonctions. Parmi les cinq fonctions citées, quatre exactement sont représentées par une des courbes dessinées...

			
Courbe C1	Courbe C2	Courbe C3	Courbe C4

Compléter le tableau ci-dessous : dans chaque case, écrire le numéro de la courbe correspondante si elle est représentée et sinon écrire le mot "**aucune**".

Fonctions	$A : x \rightarrow \frac{-x-2}{x+1}$	$B : x \rightarrow -(x-1)^2+1$	$C : x \rightarrow \frac{1}{x+1}-1$	$D : x \rightarrow x^2-2x$	$E : x \rightarrow 1-(x+1)^2$
Courbes					

3d : 0 1 2 9
3e : 0 1 2 9
3f : 0 1 2 9
3g : 0 1 2 9
3h : 0 1 2 9

Exercice n° 4 :

La température est relevée chaque heure pendant 4 jours dans une forêt. Les 97 résultats obtenus ont été triés et sont rassemblés dans le tableau suivant :

Température (en °C)	Nombre de fois où cette température a été relevée.	Effectifs cumulés CROISSANTS
14,5	5	5
15	7	12
15,5	10	22
16	12	
16,5	15	
17	10	
17,5	11	
18	9	
18,5	7	
19	7	
19,5	4	97

1) Compléter la colonne des effectifs cumulés croissants.

4a : 0 1 2 9

2) Déterminer la médiane Me , les quartiles Q_1 et Q_3 de cette série statistique. (Utiliser les effectifs cumulés croissants).

4b : 0 1 2 9

4c : 0 1 2 9

4d : 0 1 2 9

3) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ? Justifier votre réponse :

a) « Au moins 75% des températures relevées sont inférieures ou égales à 18,5°C ».

4e : 0 1 2 9

b) « Au moins la moitié des températures relevées sont supérieures ou égales à 17°C ».

4f : 0 1 2 9

4) Pour cette série :

a) Calculer son étendue :

4g : 0 1 2 9

b) Calculer l'écart entre Q_3 et Q_1 :

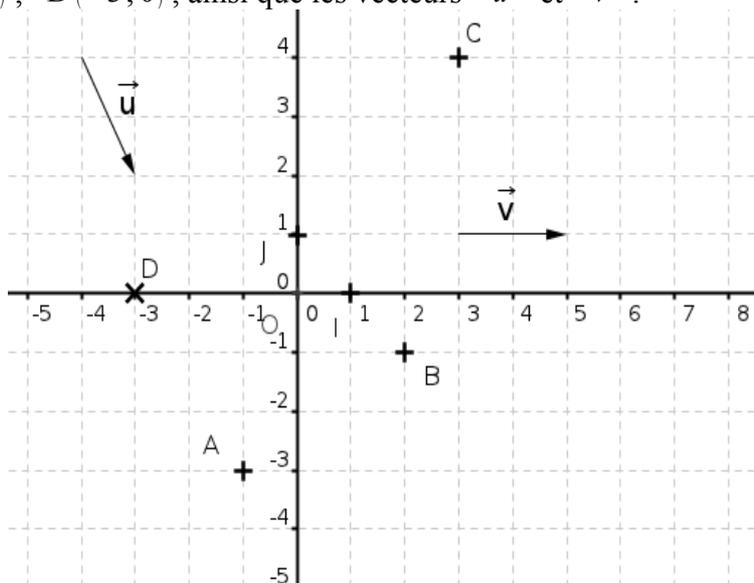
4h : 0 1 2 9

5) La température a été relevée de la même manière et aux mêmes instants dans un champ à l'extérieur de la forêt. Cette deuxième série de résultats ne figure pas ici, mais l'étendue de cette série vaut 17°C tandis que l'écart inter-quartile de cette nouvelle série est de 10°C. Quelle interprétation faites vous de ces derniers résultats au regard de la 1ère série ?

4i : 0 1 2 9

Exercice n° 5 :

Dans le repère orthonormal (O, I, J) ci-dessous, on considère les points $A(-1; -3)$, $B(2; -1)$, $C(3; 4)$, $D(-3; 0)$, ainsi que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} .



1) A l'aide du graphique, lire les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

5a : 0 1 2 9

5b : 0 1 2 9

2) Construire les points M, N, P et Q tels :

$$\vec{BM} = \vec{u} + \vec{v} \quad \vec{CN} = \vec{u} - \vec{v} \quad \vec{CP} = -\frac{3}{2}\vec{v} \quad \vec{QB} = -\vec{u} + 3\vec{v}$$

5c : 0 1 2 9

5d : 0 1 2 9

5e : 0 1 2 9

5f : 0 1 2 9

3) Déterminer par le calcul les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{DC}

5g : 0 1 2 9

5h : 0 1 2 9

4) Démontrer que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

5i : 0 1 2 9

5j : 0 1 2 9

5) Déterminer par le calcul les coordonnées du point R tel que \vec{AR} ait pour coordonnées $(-1; 2)$

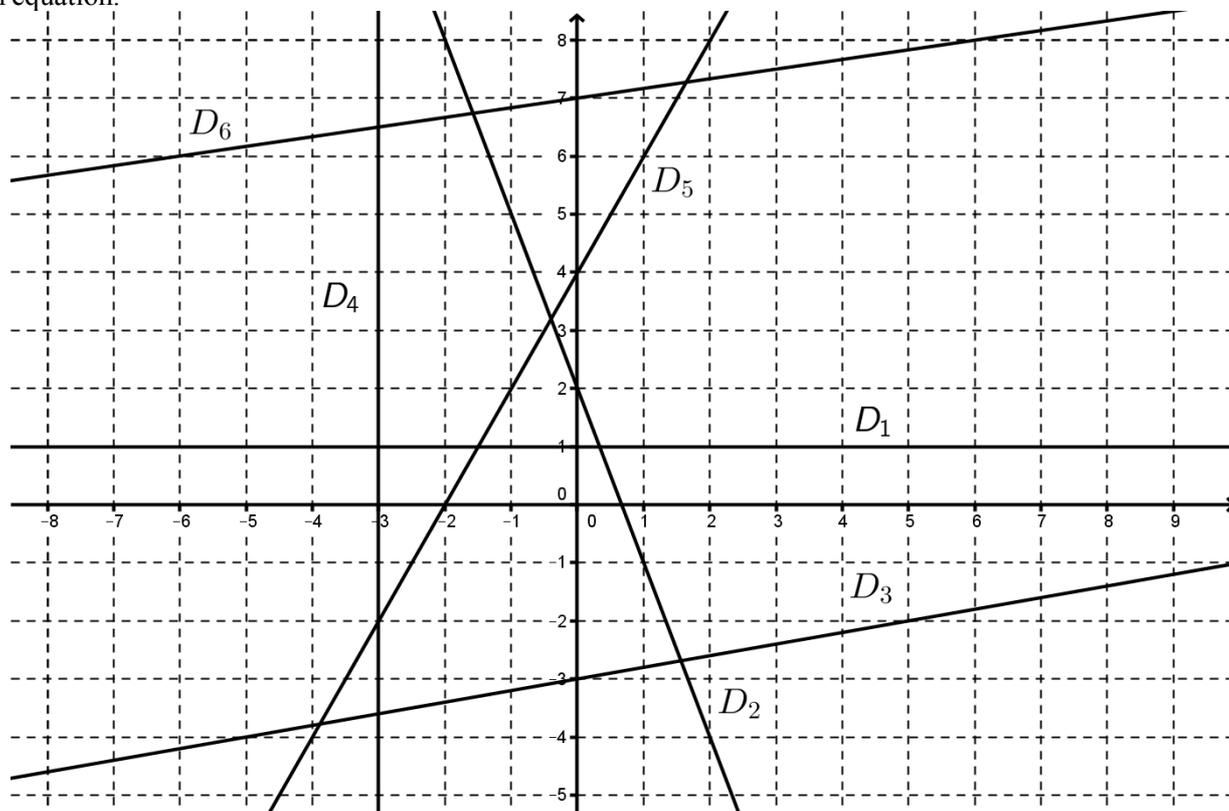
5k : 0 1 2 9

5l : 0 1 2 9

Exercice n° 6: Voici 5 équations de droites.

- a) $y=2x+4$
- b) $y=-3x+2$
- c) $y=\frac{1}{5}x-3$
- d) $y=1$
- e) $x=-3$

Les droites correspondantes sont tracées ci-dessous ainsi qu'une sixième droite dont on ne donne pas l'équation.



1. Associer à chaque équation sa droite, en justifiant vos choix.

6a : 0 1 2 9
6b : 0 1 2 9
6c : 0 1 2 9
6d : 0 1 2 9
6e : 0 1 2 9

2. Déterminer une équation de la droite passant par les points A (1;2) et B(8;23) .

6f : 0 1 2 9
6g : 0 1 2 9

- 3.
- a) Tracer la droite D7 d'équation $y = -x + 3$ 6h : 0 1 2 9
- b) Le point C de coordonnées $\left(\frac{4}{7}; \frac{16}{7}\right)$ appartient-il à la droite D7 ? 6i : 0 1 2 9
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D3 avec l'axe des abscisses. 6j : 0 1 2 9
5. Les droites D3 et D6 sont-elles parallèles ? 6k : 0 1 2 9

Exercice n° 7:

On désire résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signe.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
Signe du numérateur	-	0	+	+	
Signe du dénominateur	+		+	0	-
Signe du quotient	-	0	+		-

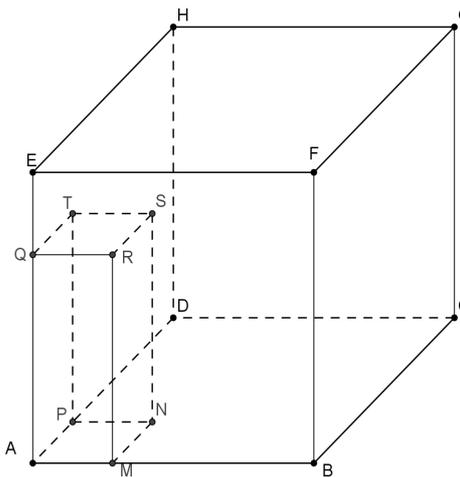
1. Quelle inéquation le tableau de signe proposé ci-dessus permet-t-il de résoudre ? Justifier.
- A) $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$ B) $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$ C) $\frac{x+1}{2-x} \leq 0$ 7a : 0 1 2 9
2. En déduire l'ensemble des solutions de cette inéquation.

- 7b : 0 1 2 9
7c : 0 1 2 9
7e : 0 1 2 9

Exercice n° 8:

Sur la figure ci-contre,

- ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm ;
- AMNPQRST est un pavé droit tel que les points M, N et Q appartiennent respectivement aux segments [AB], [AD] et [AE]
- $AM=AP=EQ$



Partie A : dans cette partie la longueur AM est fixe et non nulle.

1. Compléter les phrases suivantes avec les mots ou expressions : « aligné(e)s », « non coplanaires », « sécant(e)s », « confondu(e)s », « strictement parallèles ».

- (AB) et (HG) sont
- (AP) et (RS) sont
- (AQ) et (HF) sont
- (AQ) et (EG) sont
- (ABD) et (GHF) sont
- (ADC) et (HFB) sont
- (QRM) et (EFB) sont

8a : 0 1 2 9
 8b : 0 1 2 9
 8c : 0 1 2 9
 8d : 0 1 2 9
 8e : 0 1 2 9
 8f : 0 1 2 9
 8g : 0 1 2 9

2. Tracer l'intersection de la droite (CM) et du plan (AEH)

8h : 0 1 2 9

Partie B : dans cette partie la distance AM varie et on pose $AM=x$. On s'intéresse alors au volume du pavé AMNPQRST et on cherche pour quelle valeur de x , ce volume est maximal.

1. Si on pose $x=2$, quel est alors le volume de AMNPQRST ?

8i : 0 1 2 9
 8j : 0 1 2 9

2. On appelle $f(x)$ le volume de AMNPQRST. Montrer que $f(x)=x^2(6-x)$

8k : 0 1 2 9

3. On a tracé ci-dessous la courbe de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x)=-x^3+6x^2$. En déduire graphiquement le volume maximum de AMNPQRST, ainsi que pour quelle valeur de x il est atteint.

8l : 0 1 2 9

