

DEVOIR MAISON n° 8

FONCTIONS AFFINES

Exercice 1 : Graphiquement ou par le calcul (au choix)

1. Déterminer l'expression **exacte** de la fonction linéaire g telle que $g(3) = 7$.

On sait que g est linéaire donc son expression algébrique est du type $g(x) = ax$ avec $a \in \mathbb{R}$ à trouver.

Pour cela, on peut placer dans un repère orthonormé les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(3; 7)$ qui appartiennent à la représentation graphique de g et lire son coefficient directeur graphiquement

$$a = \frac{\text{variations verticales}}{\text{variations horizontales}} = \frac{7-0}{3-0} = \frac{7}{3}$$

Sinon, par le calcul, on sait que

$$g(3) = 7 \iff a \times 3 = 7 \iff a = \frac{7}{3}$$

Dans tous les cas, on a $g : x \mapsto \frac{7}{3}x$

2. Déterminer l'expression **exacte** de la fonction affine f telle que $f(-2) = 9$ et $f(3) = -11$.

On sait que f est linéaire donc son expression algébrique est du type $f(x) = ax + b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ à trouver.

Pour cela, on peut placer dans un repère orthonormé les points de coordonnées $A(-2; 9)$ et $B(3; -11)$ qui appartiennent à la représentation graphique de f et lire son coefficient directeur graphiquement

$$a = \frac{\text{variations verticales}}{\text{variations horizontales}} = \frac{-11-9}{3-(-2)} = \frac{-20}{5} = -4$$

On trouve alors son ordonnée à l'origine b en « partant de A, il faut avancer de 2 unités graphiques horizontales pour être sur l'axe des ordonnées, d'où un déplacement vertical de $+2a$ unités graphiques verticales ». Ainsi, on a $b = y_A + 2a = 9 - 8 = 1$

Sinon, par le calcul, on sait que

$$\begin{cases} f(-2) = 9 \\ f(3) = -11 \end{cases} \iff \begin{cases} a \times (-2) + b = 9 \\ a \times 3 + b = -11 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 9 + 2a \\ b = -11 - 3a \end{cases}$$

Ainsi $9 + 2a = -11 - 3a \iff 5a = -20 \iff a = \frac{-20}{5} = -4$ (on retrouve la formule du coefficient directeur)

Et donc, $b = 9 + 2a = 9 + 2 \times (-4) = 1$

Dans tous les cas, on a $f : x \mapsto -4x + 1$

Exercice 2 : Graphiquement ou par le calcul (au choix)

1. Trouver la valeur **exacte** du coefficient directeur puis l'ordonnée à l'origine de la droite passant par $A(2; -1)$ et $B(3; 5)$. En déduire l'expression de la fonction affine représentée par cette droite.

On sait que

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - (-1)}{3 - 2} = 6$$

De plus « en partant du point A il faut **reculer** de 2 unités graphiques horizontales, d'où un déplacement vertical de $-2a$ unités graphiques verticales », ie de -12 . Ainsi $b = -1 - 12 = -13$.

Ainsi la droite (AB) a pour équation $y = 6x - 13$. Elle représente la fonction affine d'expression $f(x) = 6x - 13$.

2. Même question pour les points $C(-1, 2)$ et $D(3; -1)$.

On suit la même démarche : $a = \frac{-1-2}{3-(-1)} = \frac{-3}{4}$

Et (en partant de C, on avance de 1 horizontalement) on a $b = 2 + a = \frac{5}{4}$.

Ainsi la droite (CD) a pour équation $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

Elle représente la fonction affine d'expression $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

3. En déduire que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Les droites (AB) et (CD) n'ont pas le même coefficient directeur : elles ne sont donc pas parallèles.

4. Trouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).

Vérifier graphiquement.

On cherche le point $M(x; y)$ tel que
$$\begin{cases} y = 6x - 13 \\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4} \end{cases} \text{ Ainsi}$$

$$6x - 13 = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4} \iff 6x + \frac{3}{4}x = \frac{5}{4} + 13 \iff \frac{27}{4}x = \frac{57}{4} \iff 27x = 57 \iff x = \frac{57}{27} = \frac{19}{9}$$

Et donc $y = 6 \times \frac{19}{9} - 13 = \frac{38}{3} - 13 = \frac{38 - 39}{3} = -\frac{1}{3}$

Finalement, le point d'intersection des droites (AB) et (CD) est $M\left(\frac{19}{9}; -\frac{1}{3}\right)$

Exercice 3 :

1. A quelle heure cet adolescent a-t-il le plus d'alcool dans le sang ? Préciser cette quantité.

Quatre heures après son premier verre, ie à 23 h 00 l'adolescent a environ 1.18 g/L d'alcool dans le sang.

2. Sur quel(s) intervalle(s) horaire cet adolescent peut-il reprendre son scooter pour rentrer chez lui ?

L'adolescent a le droit de conduire si son taux est inférieur à 0.5 g/L de sang. Ainsi, il peut conduire environ sur les intervalles de temps $[19h; 20h23[$ et $[3h07; 7h]$ (on ne sait pas ce qu'il se passe après).

3. Décrire l'allure de la courbe obtenue.

La courbe est constituée de morceaux de droite mis bout à bout. Elle est croissante jusqu'à 4h après le premier verre, puis décroissante.

4. Déterminer graphiquement l'expression affine de trois des huit morceaux de droites (de votre choix) composant la courbe obtenue, en précisant pour quelles valeurs de t ils sont valables (l'intervalle horaire).