∽ CORRECTION ∽
DEVOIR MAISON 1

Exercice 1 : ♠

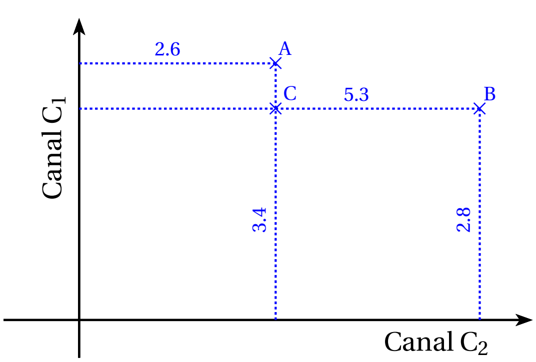
1. Le milieu K de [MP] a pour coordonnées $\left(\frac{-1+2}{2};\frac{2+(-3)}{2}\right)$. Donc $K\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$
2. On appelle $(x;y)$ les coordonnées de Q.
   Le milieu de [NQ] a pour coordonnées $\left(\frac{5+x}{2};\frac{4+y}{2}\right)$.
   On veut K milieu de [NQ] c'est-à-dire $\frac{5+x}{2}=\frac{1}{2}$ et $\frac{4+y}{2}=-\frac{1}{2}$
   c'est-à-dire $5+x=1$ et $4+y=-1$
   c'est-à-dire $x=-4$ et $y=-5$. Donc $Q(-4,5)$
3. Le quadrilatère MNPQ a ses diagonales qui se coupent en leur milieu : MNPQ est un parallélogramme

Exercice 2 : ♠♠

Dans repère orthonormé (O,I,J) du plan, on donne les points $A(-2,0)$, $B(2,-1)$, $C(3,3)$ et $D(-1,4)$.

1. Le milieu de [AC] a pour coordonnées $\left(\frac{-2+3}{2};\frac{0+3}{2}\right)=\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$
   Le milieu de [BD] a pour coordonnées $\left(\frac{2+(-1)}{2};\frac{-1+4}{2}\right)=\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ Il s'agit bien du même point !
   Le quadrilatère ABCD a donc ses diagonales qui se coupent en leur milieu : ABCD est un parallélogramme.
2. $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=(2-(-2))^2+(-1-0)^2=4^2+(-1)^2=17$ Donc $AB=\sqrt{17}$
   $BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2=(3-2)^2+(3-(-1))^2=1^2+4^2=17$ Donc $BC=\sqrt{17}$
   Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur : ABCD est un losange.
3. Calculons la longueur d'une diagonale, par exemple AC.
   $AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2=(3-(-2))^2+(3-0)^2=5^2+3^2=34$ Donc $AC=\sqrt{34}$
   Ainsi, dans le triangle ABC on a $AC^2=34$ et $AB^2+BC^2=17+17=34$.
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
   Le quadrilatère ABCD est un losange qui possède un angle droit : ABCD est un rectangle.

Exercice 3 : Problème ouvert ♠♠♠



⇝ Si on relie chaque réservoir à un des deux canaux, il est clair que la longueur minimale de tuyau nécessaire est $2.8+2.6=5.4$ km (en reliant A à C_1 et B à C_2.)

⇝ Si on relie un réservoir à un des canaux seulement, il faut choisir de relier A à C_1 (réservoir le plus proche d'un canal).
Ensuite, il faut prévoir de relier les réservoirs entre eux. On doit donc calculer la distance AB.
On rajoute le point C sur la figure. Le triangle ABC est alors rectangle en C.
D'après Pythagore on a :
$AB^2=BC^2+AC^2=(5.3-2.6)^2+(3.4-2.8)^2=2.7^2+0.6^2=7.65$
Donc $AB=\sqrt{7.65}\simeq 2.76$ km
Ainsi dans ce cas, on devra utiliser au minimum $2.6+\sqrt{7.65}\simeq 5.36$ km de tuyau, ce qui est mieux !

⇝ Conclusion : en raccordant C_1 à A puis A à B, on a besoin d'environ 5.36 km de tuyau, et c'est la longueur minimale nécessaire.