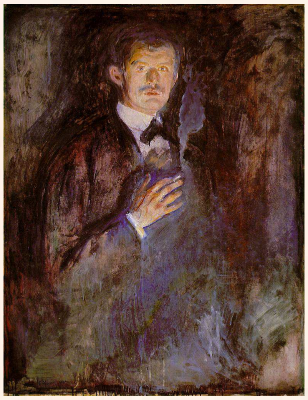
CHAPITRE 2

LISTES ET INTERVALLES DE NOMBRES RÉELS



HORS SUJET

TITRE : « Autoportrait avec cigarette (1895) » et
« La madone (1895-1902) »
AUTEUR : EDVARD MUNCH
PRÉSENTATION SUCCINTE : Edvard Munch (1863 - 1944) est un peintre expressionniste norvégien, souvent considéré comme le pionnier de l'expressionnisme et très tôt réputé pour son appartenance à une nouvelle époque artistique en Europe. L'importance de son œuvre est aujourd'hui reconnue dans le monde.
Les œuvres de Munch les plus connues sont celles des années 1890, notamment *Le Cri* (1893) (cf fin du cours), pièce de la série *La Frise de la Vie*, que Munch a assemblée au tournant du siècle. Sa production ultérieure attire toutefois de plus en plus l'attention et semble inspirer tout spécialement les artistes actuels.
Munch traite d'une manière récurrente des thèmes de la vie, de l'amour, de la peur et de la mort. La collection la plus importante de ses œuvres se trouve au le Musée Munch dans Oslo. Quelques-unes de ses peintures se trouvent à la galerie nationale d'Oslo. L'Hotel Continental d'Oslo possède de nombreuses impressions. Enfin, la pinacothèque de Paris a organisé en 2010 la superbe exposition *Anti-Cri* regroupant de nombreux tableaux de Munch, issus de collections privées.
Le Cri et *La Madone* ont été volés le 22 août 2004 au musée Munch d'Oslo. Ils ont été récupérés dans des circonstances non connues en août 2006 en Norvège... Les deux œuvres ensemble sont estimées à 100 millions de dollars.

Document réalisé à l'aide de LaTeX
Auteur : C. Aupérin
Site : wicky-math.fr.nf
Lycée Jules Fil (Carcassonne)

Table des matières

L'ESSENTIEL :

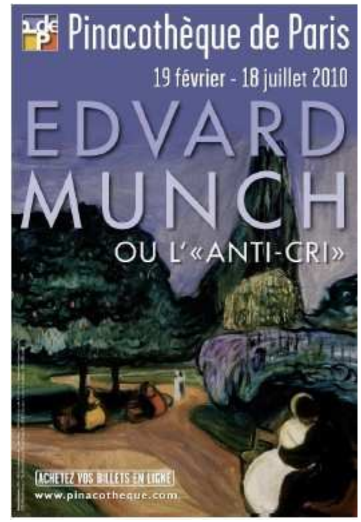
- ⇝ Travailler sur la résolution d'équations et d'inéquations
- ⇝ Découvrir les notations des ensembles de solutions d'équations et d'inéquations

« *La maladie, la folie et la mort sont les anges noirs qui ont veillé sur mon berceau* »

EDVARD MUNCH

CHAPITRE 2:

LISTES ET INTERVALLES DE NOMBRES RÉELS



I) Les listes de nombres

Notations
En mathématique, on note les listes entre accolades.
Cette notation sert, en autres, à décrire les ensembles de solutions d'équations.

Exercice du Cours : Déterminer les ensembles de solutions des équations suivantes et vérifier les réponses.

$$1-2x=7 \qquad (1-2x)(5x+2)=0 \qquad \begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$$

Exercice 1 : Déterminer les ensembles de solutions des équations suivantes. **Equations triviales**

1. $-2x=0$
2. $3+4x=-1$
3. $1-3x=-4$
4. $-1-7x=-1$
5. $-2-6x=2$
6. $2(x+3)=4$
7. $\frac{1}{2}-\frac{5}{6}x=-1$

Exercice 2 : **Equations « produit »**

1. Déterminer les ensembles de solutions des équations « produit nulle » suivantes :

a. $(5x+2)(4-3x)=0$
b. $(x-2)(x+3)(x+1)=0$
c. $-2(4x+1)=0$
d. $-2x(4x+1)=0$
e. $(5-2x)^2=0$
f. $(2y-1)^2(y+2)=0$

2. **a.** Peut-on utiliser la même méthode pour résoudre l'équation $(5x+2)(4-3x)=8$? Expliquer.
b. Développer l'expression $(5x+2)(4-3x)$. Résoudre alors l'équation $(5x+2)(4-3x)=8$.

3. Savez-vous résoudre l'équation $(5x+1)(4-3x)=1$?

Exercice 3 : **Mise en équation de problème**

Un rectangle a un périmètre de 176 m. En augmentant la longueur de 3 m, l'aire augmente de 105 m^2.
Quelles étaient les dimensions du rectangle initial ?

Exercice 4 : **Mise en équation de problème**

Charlie est un enfant très gourmand. Pour son anniversaire, il a reçu une boîte de 28 caramels. Chaque jour, il en mange le double de la veille. En trois jours, il a tout mangé.Combien de caramels Charlie a-t-il mangé le premier jour ?

II) Les intervalles

Travail de l'élève 1 :

Résoudre chacune des inéquations suivantes et représenter leur ensemble de solutions sur une droite des réels.

1. $1 \leq 2x+3 \leq 7$
2. $1 < 3-2x < 7$
3. $-1 \leq -x+1 < 8$
4. $-3x+\frac{1}{3} \leq \frac{8}{3}$
5. $x^2 < 4$
6. $x^2 > 4$

Question :

Suggérer des notations logiques pour décrire ces ensembles de solutions sans tracer la droite des réels.

Définition 1.

Soient a et b deux réels tels que $a < b$.

L'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$ est appelé **intervalle fermé** de $\mathbb{R}$. On le note $[a;b]$.
a et b sont les **bornes** de l'intervalle $[a;b]$.

L'ensemble des réels x tels que $a \leq x$ est aussi un intervalle fermé de $\mathbb{R}$ et se note $[a;+\infty[$ (se lit « + l'infini »).

Soient de plus c et d deux réels tels que $c < d$.
L'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$ **OU** $c \leq x \leq d$ est appelé une **réunion** d'intervalles et se note $[a;b] \cup [c;d]$ (se lit « union »).

Inégalité	Représentation graphique	Intervalle borné	Dénomination
$a \leq x \leq b$			
			Intervalle ouvert
			Intervalle semi-ouvert à droite
			Intervalle semi-ouvert à gauche

Inégalité	Représentation graphique	Intervalle	Dénomination
$x \geq a$		$[a;+\infty[$	Intervalle fermé
		$]a;+\infty[$	

Exercice du Cours : **Chronométré**

Supposons que $x \in [1;5]$ et $y \in [2;7[$.

Déterminer de tête les intervalles auxquels appartiennent les nombres xy, $x+y$, $x-y$ et $\dfrac{x}{y}$.

Mêmes questions si $y \in [-2;7[$, puis si $y \in [-2;+\infty[$.

Remarque : On note aussi

- $\rightsquigarrow\ ]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$
- $\rightsquigarrow\ ]-\infty;0]=\mathbb{R}^-$
- $\rightsquigarrow\ ]0;+\infty[=\mathbb{R}^{+*}$
- $\rightsquigarrow\ [0;+\infty[=\mathbb{R}^+$
- $\rightsquigarrow\ ]-\infty;0[\cup]0;+\infty[=\mathbb{R}\setminus\{0\}=\mathbb{R}^*$
- $\rightsquigarrow\ ]-\infty;0[=\mathbb{R}^{-*}$

Exercice 5 : **Comprendre les crochets ouverts ou fermés**

1. Donner alors les intervalles correspondant aux inégalités suivantes : d'abscisse x telle que :

$$-4 \leq x \leq 1 \qquad 2 < x \leq \frac{8}{3} \qquad -5 < x \qquad x \geq \sqrt{3}$$

2. Déterminer les encadrements de x correspondants aux intervalles suivants : $x \in \left]\frac{1}{3};\sqrt{7}\right]$ et $x \in \left[-\sqrt{5};+\infty\right[$

Exercice 6 : Déterminer l'ensemble de solutions des inéquations suivantes :

1. $-2 < -2x \leq 0$
2. $-3 < 3+4x < -1$
3. $1-3x < -4$
4. $-4 \leq -1-7x < -1$
5. $4 > -2-6x \geq 2$
6. $2(x+3) > 4$
7. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{6}x > -1$

Exercice 7 : Déterminer l'ensemble de solutions des inéquations suivantes :

1. $x^2 > 0$
2. $x^2 \geq 0$
3. $x^2 < 0$
4. $x^2 \leq 0$
5. $18 \leq 2x^2 < 50$
6. $18 \leq -2x^2 < 50$
7. $x^2+4 > 5$
8. $x^2+4 < 5$

III) En Bref

Résumé sur les intervalles

Si a, b, c et d sont quatre nombres réels tels que $a < b$ et $c < d$:

- L'**intervalle** $[a;b]$ désigne l'ensemble des nombres réels compris entre a et b **inclus**.
  On ouvre ou on ferme les crochets pour préciser si les bornes a et b sont incluses ou non, comme on le ferait sur un dessin.
- L'**intervalle** $[a;+\infty[$ désigne l'ensemble des nombres réels supérieurs à a **inclu**.
  L'**intervalle** $]-\infty;a]$ désigne l'ensemble des nombres réels inférieurs à a **inclu**.
  On ouvre toujours les crochets pour le symbole infini, puisqu'il ne s'agit pas d'un nombre.
- La **réunion d'intervalles** $[a;b[\cup]c;d[$ désigne l'ensemble des nombres réels compris entre a et b **OU** entre c et d (a **inclu**, b, c et d **exclus**).

Exercice 8 : Résoudre les équations suivantes : **Pour aller plus loin**

$4x^2-4x+1=0$ $\quad 16x^2-9=0$ $\quad 9x^2+16=24x$ $\quad 9x^2-24x=0$

$(x+1)^2=25$ $\quad \dfrac{3x+2}{4x-1}=5$ $\quad \dfrac{7-3x}{x-5}=-4$ $\quad \dfrac{3x+2}{4x-1}=0$

$\dfrac{3x+2}{4x-1}\leq 0$ $\quad \dfrac{3x+2}{4x-1}\geq 0$

Exercice(s) du livre : n° 1-2 p 46 + **50**-55 p 53