∽ Exercices ∾
Les nombres réels à la règle et au compas

Exercice 1 : Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1.5, 3)$, $B(3, 4)$ et $C(0, -1)$.
Soit f la fonction affine définie pour tout réel x par : $f(x) = -2x + 6$.
On appelle d la droite représentant f.

1. **a.** Calculer $f(4)$. En déduire les coordonnées du point M appartenant à d d'abscisse 4.
   b. Quelle est l'image pas f du nombre -1 ? En déduire les coordonnées du point N appartenant à d d'abscisse -1.
   c. Tracer la droite d.
2. On note E et F les points d'intersection respectifs de d avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
   a. Lire les coordonnées de E et F.
   b. Retrouver ces résultats par le calcul.
3. Justifier, sans calcul, que les droite (FC) et (BE) sont parallèles.
4. Les points F, A et E sont-ils alignés ?

Exercice 2 : Construire à la règle et au compas, deux repères du plan (O, I, J) possibles tels que (O, I, J) soit orthogonal et $OI = 2OJ$.

Exercice 3 : Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $A(-3;-4)$, $B(7;-4)$ et $C(5,2)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu K de [OB]
2. Calculer les coordonnées du milieu L de [AC]
3. Contrôler les résultats à l'aide d'une figure.

Exercice 4 : Dans un repère orthonormé, $A\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$, $B\left(2;\frac{3}{4}\right)$ et $C\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ sont trois points.

1. Calculer les coordonnées du milieu K de [AB].
2. Les points B et C sont-ils symétriques par rapport au point A ?

Exercice 5 : Dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan, placer les points $A(2;5)$ et $B(-5;1)$.

1. Calculer les coordonnées du point M tel que O soit le milieu de [AM]
2. Calculer les coordonnées du point N tel que A soit le milieu de [BN]

Exercice 6 : Dans un repère orthonormé, on donne les points $R(-1;4)$, $S(5.5;-1.5)$, $T(4.5;3)$ et $U(0;-0.6)$.
Le quadrilatère RSTU est-il un parallélogramme ?

Exercice 7 : Dans un repère orthonormé, on donne les points $M(-1;2)$, $N(5,4)$ et $P(2;-3)$.

1. Calculer les coordonnées du point :
   a. Q tel que MNPQ soit un parallélogramme.
   b. R tel que MRNP soit un parallélogramme.
2. Démontrer que M est le milieu de [RQ] :
   a. Avec les coordonnées.
   b. Sans les coordonnées.

Exercice 8 : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-3,-2)$ et $B(5,2)$. Calculer la distance AB.

Exercice 9 : Dans un repère orthonormé, on considère les points $M(3,-2)$, $N(-2,-3)$ et $P(-4,3)$.
Le triangle MNP est-il rectangle ?

Exercice 10 : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-5,-2)$, $B(-4,-3)$, $C(-4,-5)$ et $D(3,-1)$.

1. Calculer les longueurs DA, DB, DC.
2. Que peut-on en déduire ?

Exercice 11 : Dans repère orthonormé (O, I, J) du plan, on donne les points $A(-3,0)$, $B(5,-1)$, $C(9,6)$ et $D(1,7)$.

1. Démontrer que les segments [AC] et [BD] ont même milieu.
   Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ?
2. Calculer les longueurs AB et BC.
   Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ?
3. Le quadrilatère ABCD est-il un carré ?

Exercice 12 : **Vrai ou Faux ?**
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(-1,3)$, $B(5,7)$, $C(19,30)$ et $D(5,-5)$.

1. Le point D appartient au cercle de centre A et de rayon 10.
2. Le triangle DAB est isocèle.
3. Le point C appartient à la médiatrice de [AB].

Exercice 13 : **Algo**

On se place dans un repère orthonormé. Pour deux points A et B, on souhaite automatiser le calcul de la longueur AB. Quel(s) est (sont) le(s) algorithme(s) correct(s) ?

Algorithme 1 :

Entrée(s) :
x_A, y_A, x_B et y_B sont des nombres réels.
Variable(s) :
c et d sont des nombres réels.
Début
$c := (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$
$d := \sqrt{c}$
Renvoyer d.
Fin

Algorithme 2 :

Entrée(s) :
x_A, y_A, x_B et y_B sont des nombres réels.
Variable(s) :
c et d sont des nombres réels.
Début
$c := (x_B - y_B)^2 + (x_A - y_A)^2$
$d := \sqrt{c}$
Renvoyer d.
Fin

Algorithme 3 :

Entrée(s) :
x_A, y_A, x_B et y_B sont des nombres réels.
Variable(s) :
c et d sont des nombres réels.
Début
$c := (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$
$d := \sqrt{c}$
Renvoyer d.
Fin

Ecrire sur le même principe un algorithme pour calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
Pour aller plus loin : Programmer les algorithmes sur votre calculatrice.

Exercice 14 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).
On considère les points $A(-5, 2)$ et $B(2, y)$. Déterminer les valeurs de y dans les cas suivants :

$AB = 7$ $\quad AB = 7\sqrt{2}$ $\quad OA = OB$ $\quad$ B appartient à la médiatrice de [IJ].

Exercice 15 : Dans un repère orthonormé (O, I, J), placer les points $A(-2, 0)$ et $B(2, 2)$. **Cactus**

La perpendiculaire à la droite (AB) en B coupe l'axe (IJ) en C et l'axe (OI) en D.

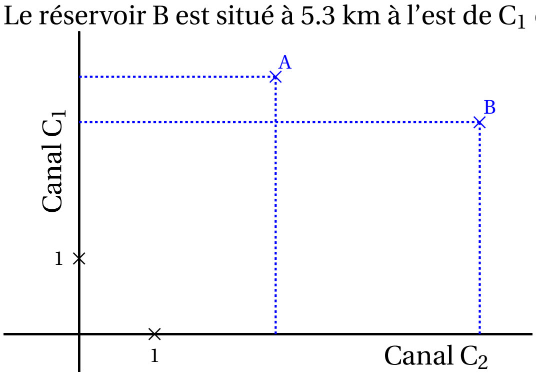
1. Placer les points C et D.
2. Déterminer les coordonnées de C et D par le calcul

Exercice 16 : Dans un repère orthonormé (O, I, J), placer les points $A(2, 5)$ et $B(4, 1)$. **Cactus**

Existe-t-il un ou des points C de l'axe des ordonnées tels que ABC soit isocèle en A ?

Exercice 17 : On veut approvisionner en eau deux réservoirs A et B. **Problème ouvert**

Pour cela, on peut les relier par des tuyaux à deux canaux d'irrigation C_1 et C_2, perpendiculaires entre eux.
Le réservoir A est situé à 2.6 km à l'est de C_1 et à 3.4 km au nord de C_2.
Le réservoir B est situé à 5.3 km à l'est de C_1 et à 2.8 km au nord de C_2.



On peut :

- soit relier chaque réservoir à un des deux canaux,
- soit relier un réservoir à un des deux canaux et approvisionner le second réservoir en le reliant au premier.

Bien entendu, chaque liaison envisagée sera effectuée en ligne droite.

1. Coder la figure ci-contre.
2. Déterminer la longueur minimale de tuyau nécessaire.

Exercice 18 : Démontrer que si ABC est un triangle isocèle en A, alors il a deux médianes de même longueur [a]
Réciproquement, démontrer que si un triangle a deux médianes de même longueur, alors il est isocèle.

(a). On pourra utiliser un repère orthonormé d'origine I, milieu de [BC].