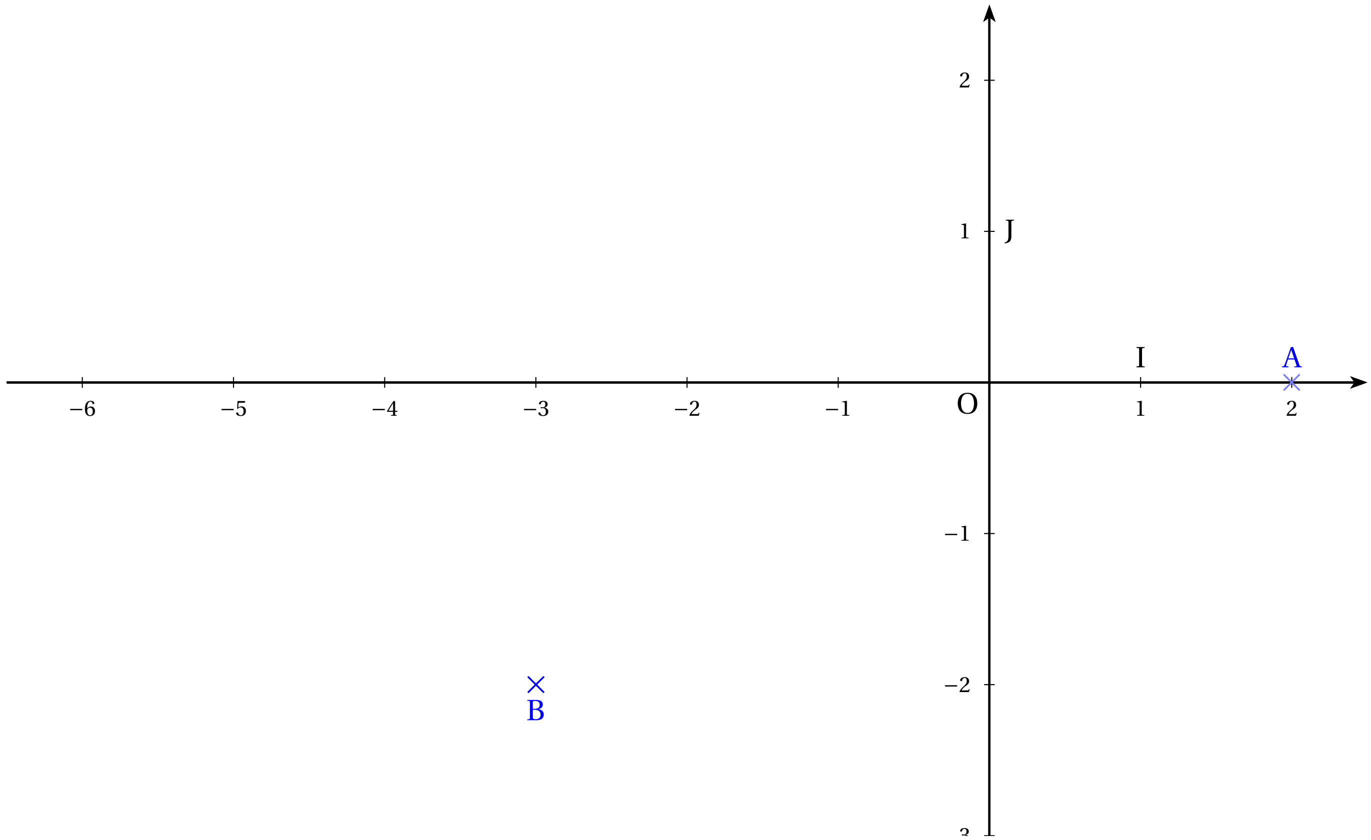
Exercice du Cours : Dans le repère orthonormé suivant, retrouver à la règle et au compas (si nécessaire) les coordonnées des points A et B et placer les points $C(-1,1)$ et $D(-5,3)$:



Exercice du Cours : Toutes les constructions sont à faire à la règle et au compas.

1. Construire un repère orthonormé (O,I,J) tel que $OI = OJ = 1$ cm.
2. Placer les points $A(-4,6)$, $B(-2,3)$, $C(2,0)$, $D(0,3)$ et $E(2,3)$.
3. Quelles sont les coordonnées des points A et B dans le repère (O,C,D) ? dans le repère (O,D,C) ?
4. Quelles sont les coordonnées du point O dans le repère (E,C,D) ? dans le repère (E,C,B) ?

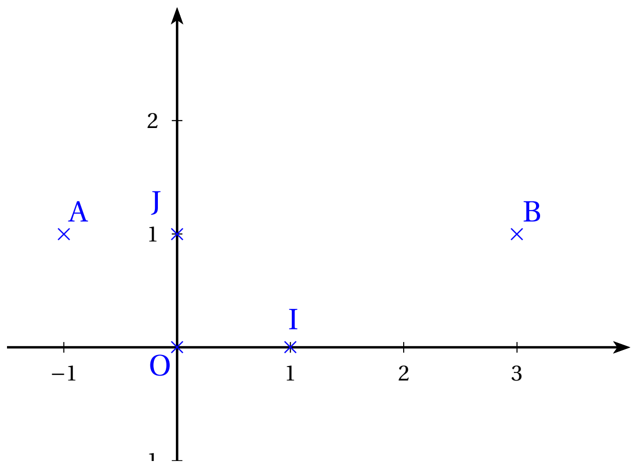
Exercice du Cours : Le plan est rapporté à un repère (O,I,J). On considère les points $E(-3,\sqrt{2})$, et $F(2,-\sqrt{2})$.

1. Calculer les coordonnées du milieu A de $[EF]$.
2. Calculer les coordonnées de B tel que E soit le milieu de $[BF]$.

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan et deux points $A(x_A, y_A)$ et (x_B, y_B).
On cherche à trouver une formule pour calculer les coordonnées du milieu de [AB].

Travail de l'élève 1 :

PARTIE A : **Cas $y_A = y_B$**

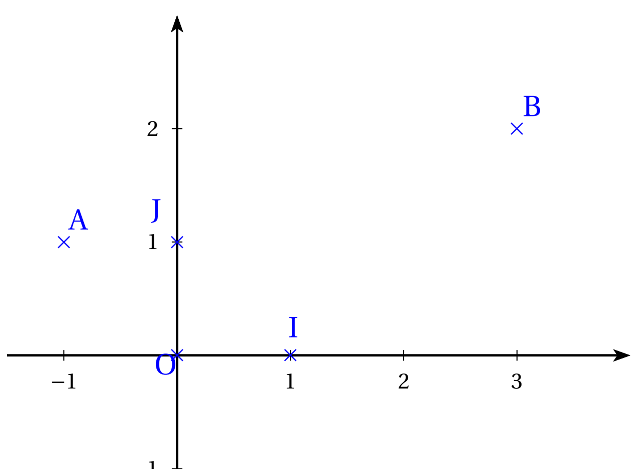


1. **a.** Placer le milieu C de [AB] au compas.
   b. Lire les coordonnées de A, B et C.
   c. Que constatez-vous ?
2. On cherche à démontrer notre constat.
   Pour cela, on note $A(x_A; y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et $C(x_C, y_C)$.
   De plus, on a $y_A = y_B$ et $x_A < x_B$.
   a. Expliquer pourquoi $y_C = y_A = y_B$.
   b. Exprimer la distance AC en fonction de x_A et x_C.
   c. Exprimer la distance BC en fonction de x_B et x_C.
   d. En déduire x_C.
3. Les formules trouvées changent-elles si $x_B < x_A$?

PARTIE B : **Cas $x_A = x_B$**

Faire un dessin et en s'inspirant de la partie A, écrire un énoncé qui permettrait de traiter le cas $x_A = x_B$.

PARTIE C : **Cas $x_A \neq x_B$ et $y_A \neq y_B$**



1. **a.** Placer le milieu C de [AB] au compas.
   b. Lire les coordonnées de A, B et C.
   c. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
2. On cherche à démontrer notre constat. Pour cela, on note $A(x_A; y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et $C(x_C, y_C)$.
   De plus, on a $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$.
   a. Placer $M(x_B, y_A)$ et N le milieu de [AM].
      i. Déterminer les coordonnées de N.
      ii. Expliquer pourquoi $(CN)//(BM)$.
      iii. En déduire x_C.
   b. Reproduire la méthode précédente pour déterminer y_C, en utilisant le milieu P de [BN].

   La démonstration des autres cas $x_A > x_B$ et/ou $y_B > y_A$ se traitent de même, et on retrouve les mêmes formules.

PARTIE D : **Récapitulatif**

1. Les formules trouvées dans la partie C sont-elles encore valables pour les cas $x_A = x_B$ et $y_A = y_B$?
2. Cette démonstration reste-t-elle valable si le repère n'est pas orthonormé ?

Travail de l'élève 2 :

1. Suivre le protocole de construction suivant, **à la règle et au compas** :
   a. Construire un repère orthonormé (O, I, J)
   b. Dans ce repère, placer le point $A(-1, 0)$ et $B(7, 0)$.
   c. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu K de [AB] puis le placer.
   d. Tracer un demi-cercle $\mathscr{C}$ de centre K et de diamètre [AB].
   e. On appelle C le point d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe (OJ).
   Tracer le triangle ABC

STOP PROF

2. Recherche de la longueur [OC] :
   a. Donner les longueurs OA, OB et AB.
   b. Trouver les trois triangles rectangles tracés dans cette figure.
   c. En déduire les trois égalités de Pythagore correspondantes.
   d. En déduire OC.

STOP PROF

3. Adapter le protocole de la question 1 pour construire $\sqrt{10}$

Exercice du Cours : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-1, 1)$, $B(3, 2)$, $C(-2, 5)$ et $D(2, 6)$.

Démontrer dans l'ordre que ABCD est :

$*$ un parallélogramme $*$ un losange $*$ un rectangle $*$ un carré

Résumé sur les ensembles de nombres

L'ensemble des nombres **entiers positifs ou nuls** se note $\mathbb{N}$. On a

$$\mathbb{N} = \{0;1;2;3;4;5;...\}$$

Les éléments de $\mathbb{N}$ sont les **entiers naturels**.

L'ensemble des nombres **entiers positifs et négatifs** se note $\mathbb{Z}$. On a

$$\mathbb{Z} = \{\ldots;-4;-3;-2;0;1;2;3;\ldots\}$$

Les éléments de $\mathbb{Z}$ sont les **entiers relatifs**.

L'ensemble des nombres pouvant s'écrire comme le **quotient de deux entiers** se note $\mathbb{Q}$. On a

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \text{ où } a \in \mathbb{Z}\, et\, b \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Les éléments de $\mathbb{Q}$ sont les **rationnels**.

L'ensemble des **nombres connus en seconde** (rationnels et irrationnels) se note $\mathbb{R}$.
Les éléments de $\mathbb{R}$ sont les **réels**.
On a :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Résumé sur le repérage

Trois points *non alignés* O, I et J définissent un **repère** du plan, noté $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$:

- Le premier point indique l'**origine** du repère : O
- Le deuxième point indique l'unité sur l'axe des **abscisses** : OI = 1 dans la direction de (OI)
- Le troisième point indique l'unité sur l'axe des **ordonnées** : OJ = 1 dans la direction de (OJ)

Si les axes (OI) et (OJ) sont *perpendiculaires*, alors le repère est dit **orthogonal**
Si les axes (OI) et (OJ) sont *perpendiculaires* et OI = OJ alors le repère est dit **orthonormé**.

Dans un repère $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$ du plan, on donne les points $\mathrm{A}(x_\mathrm{A}, y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B}, y_\mathrm{B})$. Alors :

- Le milieu du segment [AB] a pour coordonnées

$$\left(\frac{x_\mathrm{A} + x_\mathrm{B}}{2}; \frac{y_\mathrm{A} + y_\mathrm{B}}{2}\right)$$

- Si le repère est orthonormé, la distance AB vaut

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A})^2 + (y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A})^2}$$