Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°1

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (5 points)

Dans un plan muni d'un repère on considère deux points $A(-1,5;2)$ et $B(4;-1)$.

1. Déterminer l'équation de la droite (AB).

   (AB) est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées puisque A et B n'ont pas la même abscisse, par conséquent (AB) admet une équation de la forme $y = ax + b$. Des coordonnées de A on tire l'équation $2 = -1,5a + b$, de celle de B on tire $-1 = 4a + b$. En soustrayant les deux équations membre à membre, on obtient :

$$2-(-1) = -1,5a + b - 4a - b \Longleftrightarrow 3 = -5,5a \Longleftrightarrow a = \frac{3}{-5,5} = -\frac{6}{11}$$

   En utilisant la première équation et la valeur de a on obtient :

$$2 = -1,5 \times \left(-\frac{6}{11}\right) + b \Longleftrightarrow 2 = \frac{3}{2} \times \frac{6}{11} + b \Longleftrightarrow 2 - \frac{18}{22} = b \Longleftrightarrow \frac{22}{11} - \frac{9}{11} = b \Longleftrightarrow b = \frac{13}{11}$$

   On conclut alors que :

$$(AB) : y = -\frac{6}{11}x + \frac{13}{11}$$

2. On considère la fonction f dont la courbe représentative est la droite (AB).

   (a) Dresser le tableau de variation de f.

   La fonction est donc définie par $f(x) = -\frac{6}{11}x + \frac{13}{11}$. Le coefficient directeur, ici négatif, permet d'affirmer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, par conséquent :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	

   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et l'axe des ordonnées.

   On cherche le point de (AB) dont l'abscisse vaut 0 :

$$f(0) = -\frac{6}{11} \times 0 + \frac{13}{11} = \frac{13}{11}$$

   Le point d'intersection entre (AB) et l'axe des ordonnées a pour coordonnées :

$$\left(0; \frac{13}{11}\right)$$

   (c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et l'axe des abscisses.

   On cherche le point de (AB) dont l'ordonnée vaut 0 :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow -\frac{6}{11}x + \frac{13}{11} = 0 \Longleftrightarrow -\frac{6}{11}x = -\frac{13}{11} \Longleftrightarrow x = -\frac{13}{11} \times \frac{-11}{6} = \frac{13}{6}$$

   Le point d'intersection entre (AB) et l'axe des abscisses a pour coordonnées :

$$\left(\frac{13}{6}; 0\right)$$

   (d) Dresser le tableau de signe de la fonction f.

   Puisque f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ et puisque $f\left(\frac{13}{6}\right) = 0$ on déduit immédiatement le signe de f suivant les valeurs de x :

x	$-\infty$		$\frac{13}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

Exercice 2. (5 points)

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 1 :

Données: x et c sont des nombres réels.
Entrer la valeur de x.
$c := x^2$.
Si $(x \geq c)$ **Alors**
  Afficher x
Sinon
  Afficher c
Fin Si

1. Qu'affiche l'algorithme si l'utilisateur entre $x = \frac{1}{2}$?

Variable	x	c
	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{1}{4}$

Puisque $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ l'algorithme affiche $\frac{1}{2}$.

2. Qu'affiche l'algorithme si l'utilisateur entre $x = 5$? $x = -2$? $x = 1$?

Variable	x	c
	5	
		25

Variable	x	c
	-2	
		4

Variable	x	c
	1	
		1

Lorsque l'utilisateur entre 5 l'algorithme affiche 25 car $25 > 5$.
Lorsque l'utilisateur entre -2 l'algorithme affiche 4 car $4 > -2$.
Lorsque l'utilisateur entre 1 l'algorithme affiche 1 car $1 = 1$.

3. (a) Montrer que $x - x^2 = x(1 - x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad x(1-x) = x \times 1 - x \times x = x - x^2$$

(b) Dresser le tableau de signe de l'expression $x(1 - x)$.

$x(1-x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0$ ou $1 - x = 0 \Longleftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$, d'où :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$			
$1-x$			$+$		0	$-$	
$x(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(c) En déduire les valeurs de x pour lesquelles x est supérieur ou égal à x^2.

D'après le tableau précédent $x - x^2 \geq 0 \Longleftrightarrow x \in [0;1]$, ainsi :

$$x \geq x^2 \Longleftrightarrow x \in [0;1]$$

Enigme de la semaine : Quelle est la probabilité pour qu'en lançant trois dés on obtienne les longueurs des côtés d'un triangle non plat ?

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°1

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (5 points)

Dans un plan muni d'un repère on considère deux points $A(1,5;2)$ et $B(-4;-1)$.

1. Déterminer l'équation de la droite (AB).

   (AB) est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées puisque A et B n'ont pas la même abscisse, par conséquent (AB) admet une équation de la forme $y = ax + b$. Des coordonnées de A on tire l'équation $2 = 1,5a + b$, de celle de B on tire $-1 = -4a + b$. En soustrayant les deux équations membre à membre, on obtient :

$$2-(-1) = 1,5a + b + 4a - b \Longleftrightarrow 3 = 5,5a \Longleftrightarrow a = \frac{3}{5,5} = \frac{6}{11}$$

   En utilisant la première équation et la valeur de a on obtient :

$$2 = 1,5 \times \frac{6}{11} + b \Longleftrightarrow 2 = \frac{3}{2} \times \frac{6}{11} + b \Longleftrightarrow 2 - \frac{18}{22} = b \Longleftrightarrow \frac{22}{11} - \frac{9}{11} = b \Longleftrightarrow b = \frac{13}{11}$$

   On conclut alors que :

$$(AB) : y = \frac{6}{11}x + \frac{13}{11}$$

2. On considère la fonction f dont la courbe représentative est la droite (AB).

   (a) Dresser le tableau de variation de f.

   La fonction est donc définie par $f(x) = \frac{6}{11}x + \frac{13}{11}$. Le coefficient directeur, ici positif, permet d'affirmer que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, par conséquent :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	

   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et l'axe des ordonnées.

   On cherche le point de (AB) dont l'abscisse vaut 0 :

$$f(0) = \frac{6}{11} \times 0 + \frac{13}{11} = \frac{13}{11}$$

   Le point d'intersection entre (AB) et l'axe des ordonnées a pour coordonnées :

$$\left(0; \frac{13}{11}\right)$$

   (c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et l'axe des abscisses.

   On cherche le point de (AB) dont l'ordonnée vaut 0 :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow \frac{6}{11}x + \frac{13}{11} = 0 \Longleftrightarrow \frac{6}{11}x = -\frac{13}{11} \Longleftrightarrow x = -\frac{13}{11} \times \frac{11}{6} = -\frac{13}{6}$$

   Le point d'intersection entre (AB) et l'axe des abscisses a pour coordonnées :

$$\left(-\frac{13}{6}; 0\right)$$

   (d) Dresser le tableau de signe de la fonction f.

   Puisque f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et puisque $f\left(-\frac{13}{6}\right) = 0$ on déduit immédiatement le signe de f suivant les valeurs de x :

x	$-\infty$		$-\frac{13}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Exercice 2. (5 points)

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 2 :

Données: x, c_a et c_u sont des nombres réels.
Entrer la valeur de x.
$c_a := x^2$.
$c_u := x^3$.
Si $(c_a \geq c_u)$ **Alors**
  Afficher c_a
Sinon
  Afficher c_u
Fin Si

1. Qu'affiche l'algorithme si l'utilisateur entre $x = \frac{1}{2}$?

Variable	x	c_a	c_u
	$\frac{1}{2}$		
		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Puisque $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ l'algorithme affiche $\frac{1}{4}$.

2. Qu'affiche l'algorithme si l'utilisateur entre $x = 5$? $x = -2$? $x = 1$?

Variable	x	c_a	c_u
	5		
		25	125

Variable	x	c_a	c_u
	-2		
		4	-8

Variable	x	c_a	c_u
	1		
		1	1

Lorsque l'utilisateur entre 5 l'algorithme affiche 125 car $125 > 25$.
Lorsque l'utilisateur entre -2 l'algorithme affiche 4 car $4 > -8$.
Lorsque l'utilisateur entre 1 l'algorithme affiche 1 car $1 = 1$.

3. (a) Montrer que $x^2 - x^3 = x^2(1-x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad x^2(1-x) = x^2 \times 1 - x^2 \times x = x^2 - x^3$$

(b) Dresser le tableau de signe de l'expression $x(1-x)$.

$x^2(1-x) = 0 \iff x^2 = 0$ ou $1 - x = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$, d'où :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x^2		$+$	0		$+$		
$1-x$			$+$		0	$-$	
$x^2(1-x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

(c) En déduire les valeurs de x pour lesquelles x^2 est supérieur ou égal à x^3.

D'après le tableau précédent $x^2 - x^3 \geq 0 \iff x \leq 1$, ainsi :

$$x^2 \geq x^3 \iff x \in]-\infty; 1]$$

Enigme de la semaine : Quelle est la probabilité pour qu'en lançant trois dés on obtienne les longueurs des côtés d'un triangle non plat ?