

## LE YAM'S MENTEUR

**Matériel :** 1 gobelet + 5 dés



### Règles :

Le joueur qui entame un tour lance les 5 dés sous le gobelet.  
Il regarde (ou non) ce qu'il a obtenu, et **annonce une main qu'il prétend au moins avoir** à son voisin (jusqu'à 5 dés en détails, mais pas forcément autant et *il peut évidemment mentir*).

Son voisin a alors deux choix :

– **Refuser le gobelet et annoncer « Menteur »**

On soulève alors le gobelet et s'il y a moins que l'annonce, le menteur perd, sinon, c'est l'autre.  
Le tour repart alors à zéro, à partir du perdant.

– **Accepter le gobelet et faire une annonce supérieure.**

Avant de faire son annonce, il peut regarder (ou non) ce qu'il y a dessous, et relancer (ou pas) les dés qu'il veut. S'il ne relance pas tous les dés, il doit mettre de côté ceux qu'il conserve et les montrer aux autres joueurs (mais ils font toujours partie de sa main).

Etc

### Figures remarquables dans l'ordre croissant :

Figures	Rien	Paire	Double-Paire	Brelan	Full	Suite	Carré	Yams	Total
<b>Nombres de telles figures</b>	480	3600	1800	1200	300	240	150	6	7776
<b>Probabilités arrondies</b>	0.06	0.46	0.23	0.15	0.04	0.03	0.02	0.0008	1

### Quelques probabilités utiles pour mesurer vos chances ou risques :

Faire une figure mieux qu'un(e)	paire gardée	double-paire gardée	double-paire en gardant une paire	brelan gardé	full en gardant le brelan
<b>On relance</b>	3 dés	1 dé	3 dés	2 dés	2 dés
<b>Figure(s) possible(s)</b>	Double-Paire, Brelan, Full, Carré, Yams	Full	Brelan, Full, Carré, Yams	Full, Carré, Yams	Carré, Yams
<b>Probabilité</b>	$\frac{13}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{11}{36}$
<b>Probabilité arrondie</b>	0.72	0.33	0.44	0.44	0.31

Pensez également à la probabilité de simplement améliorer les dés ne constituant pas la figure ...

## EXPLICATIONS DES PROBABILITÉS TROUVÉES

### **Exercice 1 : Un peu de dénombrement avec les coefficients binomiaux**

Avec mes amis, nous jouons souvent au yam's menteur (5 dés).

Il est établi entre nous que l'ordre décroissant de ce que l'on obtient avec les dés est :

- |   |  |
|---|--|
| – Yams : 5 dés identiques                       | – Brelan : 3 dés identiques              |
| – Carrés : 4 dés identiques                     | – Double-paire : 2 fois 2 dés identiques |
| – Full : 3 dés identiques + 2 autres identiques | – Paire : 2 dés identiques               |
| – Suite : 5 numéros qui se suivent              | – Rien : Aucune des figures précédentes. |

La puissance d'une figure devrait évidemment dépendre de sa probabilité d'apparition.

On cherche à savoir si notre choix est cohérent avec cette règle.

#### **Partie A : L'univers**

Il est évident que l'ordre des dés ne compte pas. Cependant, lorsqu'on en tient compte dans notre modélisation, les issues sont équiprobables, ce qui rend les calculs simples, de plus on peut alors utiliser les arbres, très pratiques d'utilisation.

Nous allons donc commencer par tenir compte de l'ordre, puis « l'enlever » (comme souvent en probabilité).

Imaginer alors un arbre représentant la situation du jeu, afin de déterminer le nombre d'issues total.

#### **Partie B : Dénombrement des issues**

Comme nous sommes dans un cas d'équiprobabilité, plutôt que d'étudier les probabilités de chacune des figures, nous allons *dénombrer* le nombre de cas favorables de chacune, cela évitera les fractions.

##### **1. Le Yams : 5 dés identiques**

Donner le nombre de yams possibles (ie le nombre de chemins dans l'arbre réalisant le yams).

##### **2. Le carré : 4 dés identiques**

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent un carré de 1 et un 3 ?
- b. En déduire le nombre de carrés de 1 possibles.
- c. En déduire le nombre de carrés possibles.

##### **3. Le full : 3 dés identiques + 2 identiques**

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent un full de 6 par les 4 ?
- b. En déduire le nombre de full avec un brelan de 6 possibles.
- c. En déduire le nombre de full possibles.

##### **4. La suite : 5 dés qui se suivent**

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent une petite suite (celles commençant au 1).
- b. En déduire le nombre de suites possibles (grandes et petites).

##### **5. Le brelan : 3 dés identiques**

- a. Combien de branches de l'arbre contiennent un brelan de 5 avec un 2 et un 4 (avec le 2 et le 4 dans cet ordre).

- b. En déduire le nombre de brelans de 5 avec un 2 et n'importe quel dé différent de 2 et 5 (le 2 et l'autre dé dans cet ordre).
- c. En déduire le nombre de brelans de 5.
- d. En déduire le nombre de brelans possibles.

### 6. La double-paire

Il s'agit du cas le plus complexe à traiter, car il faut trouver le nombre de manières d'ordonner 3 faces différentes, dont *deux* ayant des rôles particuliers symétriques (les paires) parmi 5 dés. Nous calculerons donc le nombre de double-paires possibles par complémentarité, à la fin.

### 7. La Paire

- a. Combien de branches de l'arbre contiennent une paire de 4, un 3, un 5 et un 6 (avec le 3, 5 et 6 dans cet ordre).
- b. En déduire le nombre de paires de 4 avec un 3, un 5, et n'importe quel dé différent de 4, 3 et 5 (avec le même ordre que précédemment).
- c. En déduire le nombre de paires de 4 avec un 3, et n'importe quels dés distincts, différents de 4 et 3 (avec le même ordre que précédemment).
- d. En déduire le nombre de paires de 4.
- e. En déduire le nombre de paires possibles.

### 8. Rien

Une rapide analyse de la situation permet de comprendre que l'on a rien lorsque l'on a des dés tous différents, et qu'il ne s'agit pas d'une suite. Il s'agit donc de choisir un numéro de face à enlever parmi quatre possibles.

- a. Déterminer le nombre manières de permuter les nombres 1, 3, 4, 5 et 6.
- b. En déduire le nombre de « rien » possibles.

### 9. Retour sur la double-paire

Par complémentarité, trouver le nombre de double-paires possibles.

### Partie C : Conclusion

1. Déduire des questions précédentes les probabilités de chaque figure.
2. Avait-on des règles cohérentes avec les probabilités d'apparition des figures ?

**Réponses** (dans l'ordre) : 6, 150, 300, 240, 1200, 3600, 480, 1800 pour 7776 cas.

 **Exercice 2** : On joue au Yams Menteur.

#### 1. J'ai un full et je veux améliorer cette main en conservant le brelan.

- a. Quelles sont les figures plus fortes que l'on peut envisager faire ?  
*Carré, Yams*

- b. Calculer la probabilité de ne pas obtenir ces figures.

*Ne pas obtenir ces figures signifie ne pas avoir de dés du numéros du brelan sur les deux dés relancés.*

*Avec un arbre, on a trouvé une probabilité de  $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$  de ne pas obtenir de carré ou de yams.*

- c. En déduire la probabilité d'améliorer un full en une figure plus forte.

*La probabilité d'obtenir un carré ou un yams à partir d'un brelan est  $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ .*

d. Ensuite, pour le détail, je peux chercher la probabilité d'obtenir un meilleur full, mais cela dépendra évidemment du full déjà présent.

i. Supposons que nous ayons le full le plus faible, à savoir celui des 1 par les 2 (ie 11122).

– Quelles sont les paires possibles qui améliore mon full par les 1 en un autre full par les 1 ?

*Il s'agit alors d'obtenir une meilleure paire que celle de 2 avec deux dés.*

*Il y en a 4 possibles (paire de 3, de 4, de 5 et de 6).*

– En déduire la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 1.

*Il y a 36 combinaisons de dés possibles, donc la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 1 est de  $\frac{4}{36}$ .*

– En déduire la probabilité d'améliorer le full 11122 en conservant les trois 1.

*Au final, la probabilité d'améliorer mon full 11122 en conservant les trois 1 est de  $\frac{11}{36} + \frac{4}{36} = \frac{15}{36} \approx 0.41$  ce qui n'est pas si improbable que cela.*

ii. Supposons que nous ayons le full des 5 par les 2 (ie 55522).

– Quelles sont les paires possibles qui améliore mon full par les 5 en un autre full par les 5 ?

*Il s'agit alors d'obtenir une meilleure paire que celle de 2 avec deux dés, sauf celle de 5, qui donnerait un yams déjà comptabilisé en 1.a.*

*Il y en a 3 possibles (paire de 3, de 4 et de 6)*

– En déduire la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 5.

*Il y a 36 combinaisons de dés possibles, donc la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 5 est de  $\frac{3}{36}$ .*

– En déduire la probabilité d'améliorer le full 55522 en conservant les trois 5.

*Au final, la probabilité d'améliorer mon full 522 en conservant les trois 5 est de  $\frac{11}{36} + \frac{3}{36} = \frac{14}{36} \approx 0.39$  ce qui n'est pas si improbable que cela.*

iii. On peut faire cela pour chaque full, mais autant retenir que la probabilité d'améliorer un full est à peu près entre 0.3 et 0.4.

2. S'inspirer de la méthode des questions 1.a. à 1.c pour retrouver les données du tableau de la page 1.

a. Si j'ai un brellan, je cherche d'abord la probabilité de faire un full, un carré ou un yams.

Ne pas obtenir de full, de carré ou de yams signifie ne pas avoir de dés du numéros du brellan sur les deux dés relancés, ni de paire.

Avec un arbre, on a trouve une probabilité de  $\frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$  de ne pas obtenir de full, de carré ou de yams, donc une probabilité de  $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$  d'obtenir un full, un carré ou un yams.

b. Ensuite, pour le détail, je peux chercher la probabilité d'obtenir un meilleur brellan, mais cela dépendra évidemment des dés déjà présents.

– Par exemple, pour le brellan le plus faible, à savoir 11123 n'importe quel résultat améliorera ce brellan, sauf 23 ou 32.

Donc la probabilité d'améliorer ce brellan est de  $1 - 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18} \approx 0.94$  donc quasi-certain.

– Par contre, si vous avez le brelan 11145, on ne peut pas l'améliorer par un autre brelan de 1.  
Donc la probabilité d'améliorer ce brelan reste à  $\frac{4}{9}$ .

**c.** Si j'ai une paire, je cherche d'abord la probabilité d'obtenir un brelan, un full, un carré ou un yams.

Ne pas obtenir de brelan, de full, de carré ou de yams signifie ne pas avoir de dés du numéros de la paire sur les deux dés relancés, ni de paire ou de brelan.

Avec un arbre, on a trouvé une probabilité de  $\frac{5}{6} \times \frac{4}{6} \times 36 = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$  de ne pas obtenir de brelan, de full, de carré ou de yams, donc une probabilité de  $1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$  d'obtenir un brelan, un full, un carré ou un yams.

**d.** Etc