Exercice 1 :

1. **a.** $f(0)=2$ et $f(x)=0 \iff x=-2$ donc les points d'intersection sont A(0;2) et B(−2;0).

b. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$ donc on a l'asymptote horizontale $y=0$ en $+\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ par produit de $\lim\limits_{x\to-\infty} x-2=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}=+\infty$.

c. $f'(x)=\ldots=e^{-x}-(x+2)e^{-x}=-e^{x}(x+1)$ $\qquad f'(x)=0 \iff x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	
Signe de $-e^{-x}$		$-$		$-$	
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

2. **a.** $\mathscr{D}\simeq 1.642$

b.

Algorithme 1 :

Variables
k est un nombre eniter
S est un nombre réel
Début
Affecter à S la valeur 0.
Pour k variant de 0 à N − 1 **Faire**
Affecter à Sla valeur $S+\frac{1}{N}f\left(\frac{1}{N}\right)$
Fin Pour
Afficher S
Fin

3. **a.** $\mathscr{A}=\int_0^1 f(x)dx=g(1)-g(0)=\ldots=3-\frac{4}{e}$

b. Il est clair que $\mathscr{D}\geq\mathscr{A}$. Donc l'écart est $\mathscr{D}-\simeq 0.1134$ quand $N=3$

Exercice 2 :

1. d car $i=e^{i\frac{\pi}{2}}$

2. c car si $z=a+ib$ sous forme algébrique, on doit avoir $a=0$, donc c'est l'axe des imaginaires.

3. a (évident)

4. b car si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ, on a $\vec{u}\cdot\vec{n}$ donc $\Delta // \mathscr{P}$
De plus, on vérifie que $D \notin \Delta$.

Exercice 3 : **PARTIE A.**

1. $P(C \cap H) = ... = \frac{1}{4}$
2. a. $P_C(H) = \frac{5}{6} \neq P(H)$ donc les événements ne sont pas indépendants.
   b. $P(H) = P(J\cap H) + P(C\cap H) + P(V\cap H) \iff ... \iff P(J\cap H) = \frac{1}{5}$
   $P_J(H) = ... = \frac{4}{5}$

PARTIE B.

a. $I = ... \simeq [0.184; 0.416]$
b. $\frac{12}{60} = 0.2 \in I$ donc la lecture aléatoire n'est probablement pas défectueuse.

PARTIE C.

a. $P(180 \leq X \leq 220) \simeq 0.683$
b. $P(X \geq 4\times 60) = \frac{1}{2} - P(200 \leq X \leq 240) \simeq 0.023$

Exercice 4 :

1. a. $u_1 = ... = \frac{3}{4}$ et $u_2 = ... = \frac{9}{10}$
   b. Initialisation : $u_0 > 0$
   Hérédité : on suppose ...
   $u_k > 0$ donc $3u_k > 0$ et $1 + 2u_k > 0$. D'où $u_{k+1} > 0$
   Conclusion : ...
2. a. Tous les termes sont positifs, donc on peut comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.
   $\frac{u_{n+1}}{u_n} = ... = \frac{3}{1+2u_n}$. Or $u_n < 1$ donc ... ie $\frac{3}{1+2u_n} > 1$.
   b. (u_n) est croissante majorée.
3. a. $v_{n+1} = ... = \frac{3u_n}{1+2u_n} \times \frac{1+2u_n}{1+2u_n-3u_n} = ... = 3v_n$
   b. $v_0 = .. = 1$ donc $v_n = 3^n$ pour tout n.
   c. $v_n = \frac{u_n}{1-u_n} \iff ... \iff u_n = \frac{v_n}{1+v_n}$
   D'où la réponse.
   d. $u_n = \frac{3^n}{3^n\left(1+\frac{1}{3^n}\right)} = \frac{1}{1+\frac{1}{3^n}}$
   Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} = 1$