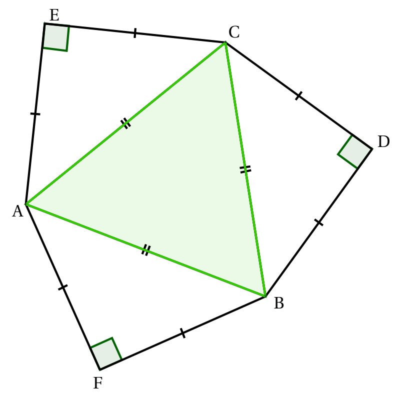
Devoir Surveillé 2

Exercice 1. (5 points)

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral direct, CBD, ACE et AFB sont des triangles rectangles isocèles respectivement en D, E et F.
Déterminer la mesure principale, en radians, des angles suivants :

$\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AE}\right)$, $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BF}\right)$, $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)$ [1], $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{CA}\right)$

Indication :
Il pourra être utile d'utiliser la relation de Chasles.



Exercice 2. (4 points)

On prend 3 cm comme unité graphique. On sait qu'un réel x appartient à l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ et que $\sin(x) = \frac{1}{3}$.

1. Placer x sur le cercle trigonométrique.
2. Quel est le signe de $\cos x$?
3. Calculer $\cos(x)$ **(en valeur exacte)**.
4. Donner une valeur approchée de x à 10^{-2} près, à l'aide de la calculatrice.

Exercice 3. (6 points)

1. (a) Résoudre l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ dans :
   - $]-\pi;\pi]$
   - $[0;2\pi[$
   - $\mathbb{R}$

   (b) Le nombre $\frac{65\pi}{6}$ est-il solution de cette équation dans $\mathbb{R}$?
2. (a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

   (b) Le nombre $-\frac{22\pi}{3}$ est-il solution de cette équation dans $\mathbb{R}$?
3. (a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

   (b) En déduire les solutions de l'inéquation $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $]-\pi;\pi]$.

1. On rappelle que quel que soit les points A, B et C on a $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) + \pi[2\pi]$

Lycée Jean Durand david.zancanaro@wicky-math.fr.nf

Exercice 4. *de la trigonométrie avec* $\frac{\pi}{8}$ (10 points)

On considère un repère orthonormal $(O;I,J)$. 8 cm représente 1 unité graphique.
On note $\mathscr{C}$ le cercle trigonométrique de centre O passant par I, soiit B le point de $\mathscr{C}$ tel que :

$$\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}\right)=\frac{\pi}{4}$$

1. (a) Construire la figure en laissant les traits de construction apparent.
   (b) Placer le point $A\in\mathscr{C}$ tel que $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}\right)=\frac{\pi}{8}$
   (c) Construire le polygone régulier à 16 côtés dont A, I et J sont des sommets.
   (d) Placer les points C, D, E, F et G de $\mathscr{C}$ tels que :

$$\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OC}\right)=-\frac{\pi}{8}\qquad\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OD}\right)=\frac{7\pi}{8}\qquad\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OE}\right)=-\frac{7\pi}{8}\qquad\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OF}\right)=\frac{3\pi}{8}\qquad\text{et}\qquad\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OG}\right)=\frac{5\pi}{8}$$

2. Donner les coordonnées de B.
3. Calculer IB. On donnera la valeur exacte de IB puis une valeur arrondi au dixième de IB en *cm*.
4. On note H le point d'intersection entre la droite (OA) et la droite (IB). Quelle est la nature du triangle OHI ?
5. Montrer que $IB=2\sin\frac{\pi}{8}$. En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.
6. En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{8}$.
7. Donner les coordonnées des points C, D, E, F et G.

Exercice 5. **Question Cactus**

A quelle(s) heure(s) exactement les aiguilles des heures et des minutes d'une montre sont-elles superposées ?