Devoir Surveillé 1

Exercice 1. (7 points)

PARTIE A. **Fonction affine**

Dans un repère orthonormal $(O;I,J)$, on considère les points $A(-3;1)$ et $B(1;-3)$.

1. Déterminer une équation de la droite (AB).
2. Le point $D(2;-4)$ est-il un point de (AB) ?

PARTIE B. **Fonction polynôme de degré 2.**

On considère la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 - x - 6$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le repère orthonormal $(O;I,J)$.

1. Déterminer les antécédents de -6 par P.
2. Donner une équation de l'axe de symétrie de P.
3. Déterminer la forme canonique de la fonction P.
4. Etablir le tableau de variation de P.

PARTIE C. **Représentation graphique et position relative**

1. Représenter dans un même graphique $\mathscr{C}$ et (AB).
2. Déterminer par le calcul l'intervalle sur lequel (AB) est au dessus de $\mathscr{C}$.
   Indication : On pourra étudier le signe de $P(x) - (-x-2)$.

Exercice 2. (5 points)

La vitesse du son dans l'air, exprimée en km.h^{-1}, en fonction de la température T, exprimée en degré celcius, est donnée par la formule suivante :

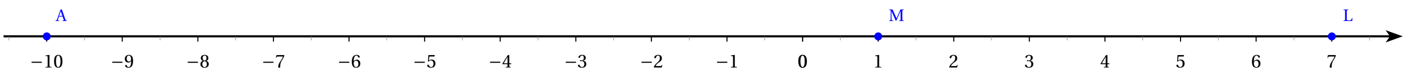
$$v(T) = 3,6 \times \sqrt{\frac{11,63(T+273)}{0,029}}$$

1. Rappeler le tableau de variation de la fonction f où f est définie par $f(x) = \sqrt{x}$
2. A quelle vitesse, à 1 km.h^{-1} près, vole un avion qui franchit le « mur du son », c'est-à-dire lorsque sa vitesse atteint la vitesse du son, à 15° C ?[1]
3. (a) Montrer l'implication suivante :
   $$-273 \leq t < t' \Longrightarrow v(t) < v(t')$$
   (b) Qu'a t-on démontré à la question précédente.
   (c) En déduire le tableau de variation de la fonction v.
4. Un jour d'orage, la température est de 30° C. Sami observe qu'il s'écoule 8 secondes entre l'éclair et le coup de tonnerre. En considérant que la propagation de la lumière est instantannée, à quelle distance de Sami la foudre est-elle tombée ?

1. On dit qu'il vole à Mach 1

Exercice 3. (8 points)

Maurice est un homme très jaloux. Amoureux de Gertrude, il ne peut supporter que celle-ci se retrouve trop proche d'Alexandre et de Louis, enfin tout du moins dans des conditions très spéciales. Maurice, Gertrude, Alexandre et Louis vivent dans un monde à une dimension, que nous représentons de la manière suivante :



Ci-dessus A représente la position d'Alexandre, M celle de Maurice et L celle de Louis. Les trois hommes, trop vieux, ne sont plus en capacité de se déplacer.

Plus en forme Gertrude, dont la position est donnée par le point G d'abscisse x, est encore capable de se déplacer.

Gertrude, amoureuse cachée de Maurice, a constaté que ce dernier ne souffrait pas du tout dès que les deux conditions suivantes ont lieu en même temps (et qu'il souffrait sinon) :

Condition 1 : $\mathrm{GL} \geq \mathrm{GM}$. *Condition 2 :* $\mathrm{GA} \geq 2\mathrm{GM}$.

Le but du problème est de déterminer les positions où peut se trouver Gertrude sans que Maurice ne souffre.

PARTIE A. **Modélisation du problème**

1. (a) Si Gertrude se trouve en T le point d'abscisse $x = -3$, Maurice souffre-t-il ?
   (b) Si Gertrude se trouve en T le point d'abscisse $x = 3$, Maurice souffre-t-il ?
2. Exprimer les distances GL, GM et GA en fonction de x en utilisant des valeurs absolues.

PARTIE B. **Etude de fonctions défnies par des valeurs absolues**

On considère les fonctions f, g et h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = |7 - x| \quad ; \quad g(x) = |x - 1| \quad \text{et} \quad h(x) = |x + 10|$$

1. Ecrire $f(x)$ sans utiliser les valeurs absolues, en distinguant les cas $x \geq 7$ et $x \leq 7$.
2. Ecrire $g(x)$ sans utiliser les valeurs absolues, en distinguant deux cas.
3. Ecrire $h(x)$ sans utiliser les valeurs absolues.
4. Représenter graphiquement dans un même repère les courbes des fonctions f et g, puis résoudre (graphiquement) l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
5. Représenter graphiquement dans un même repère les courbes des fonctions h et k où $k(x) = 2|x - 1|$, puis résoudre (graphiquement) l'inéquation $h(x) \geq k(x)$.
6. Conclure.

PARTIE C. **Résolution du problème de Gertrude par calcul**

1. Résoudre l'inéquation : $|7 - x| \geq |x - 1|$.
   Indication : On pourra distinguer trois cas.
2. Résoudre l'inéquation : $|x + 10| \geq 2|x - 1|$
   Indication : On pourra distinguer trois cas.
3. Conclure.