DEVOIR MAISON 4 : SECOND DEGRÉ ET RÉVISIONS

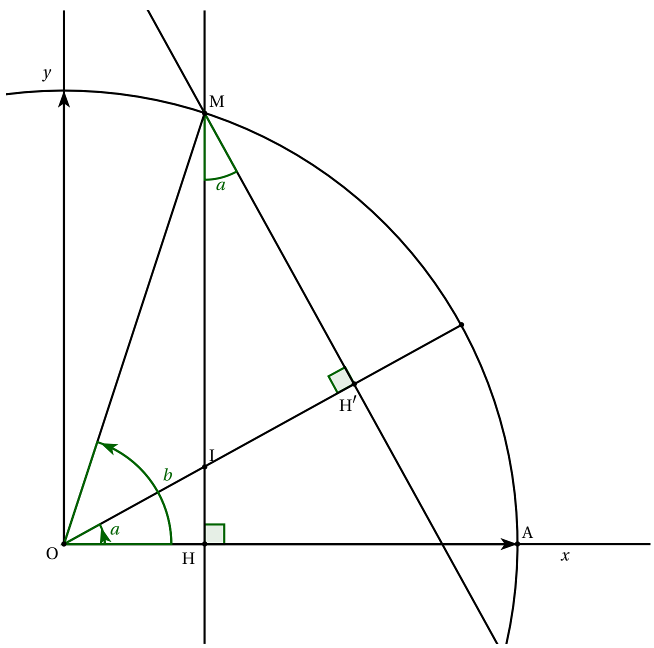
Exercice 1. **Probabilité et second degré**

On considère une urne contenant trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et m boules vertes. Ces boules sont indiscernables au toucher. On tire, au hasard, une boule de l'urne.

1. Calculer la probabilité des événements suivantes : J = « tirer une boule jaune ». B = « tirer une boule bleue ». R = « tirer une boule rouge ». V = « tirer une boule verte ».
2. En fonction de la couleur tirée, on se voit attribuer une somme d'argent selon la convention suivante, si la boule tirée est :
   – rouge, on gagne 10 €.
   – verte, on gagne $5m$ €
   – jaune ou bleue, on gagne $-1-2m$ €.
   Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage le gain réalisé.
   (a) Déduire de la question (1) : $p(\mathrm{X}=10)$, $p(\mathrm{X}=-1-2m)$ et $\mathrm{P}(\mathrm{X}=5m)$.
   (b) Calculer m pour que le gain moyen espéré soit de $4,5$ €. En déduire dans ce cas l'écart-type $\sigma(\mathrm{X})$.

Exercice 2. Considérons le dessin suivant, dans laquelle la longueur OA = 1 :

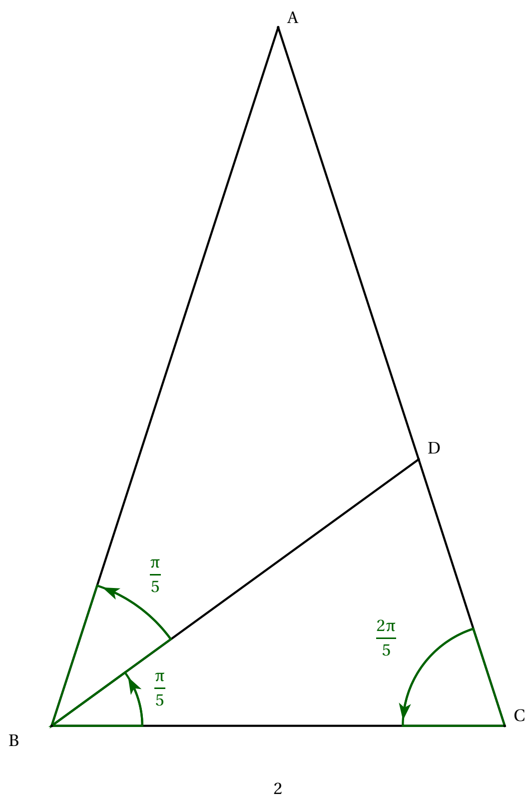
PARTIE A. **Formule trigonométrique**



Dans cette partie, les triangles dans lesquels vous raisonnez devront apparaitre clairement.

1. Montrer que
$$\cos(a+b)=\mathrm{OI}\cos a$$
2. En déduire que :
$$\cos(a+b)=\left(\cos b-\mathrm{IH}'\right)\cos a$$
3. En montrant que $\mathrm{IH}'=\mathrm{MH}'\tan a$ puis que $\mathrm{MH}'=\sin b$, conclure que :
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
4. En déduire que :
$$\cos(2a)=2\cos^2 a-1$$

PARTIE B. **Triangle d'or**



ABC est un triangle isocèle en A avec BC = 2 et $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) = \frac{2\pi}{5}$ rad. [BD) est la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$ comme représenté ci-dessous.

1. Démontrer que BDC et BDA sont des triangles isocèles, en déduire les longueurs BD et AD.
2. On trace, dans le triangle ABC, la hauteur issue de A qui coupe [BC] en H puis, dans le triangle BDC, on trace la hauteur issue de B qui coupe [DC] en H′.

   (a) Démontrer que :
   $$\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{1}{AB} \qquad \text{et} \qquad DC = 4\cos\frac{2\pi}{5}$$

   (b) Démontrer que AB − DC = 2 et en déduire que :
   $$4\cos^2\frac{2\pi}{5} + 2\cos\frac{2\pi}{5} - 1 = 0$$

   (c) Résoudre l'équation $4x^2+2x-1 = 0$ et en déduire la valeur exacte de $\cos\frac{2\pi}{5}$.

   (d) Déduire de la **partie A** la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{5}$.

   (e) En déduire les valeurs exactes de $\sin\frac{\pi}{5}$ et $\sin\frac{2\pi}{5}$.