EXERCICES
AP

Exercice 1 : Soit la suite $(v_n)_{\mathbb{N}}$ par $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3n \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

1. Calculer v_1, v_2 et v_3.
2. Exprimer v_n, v_{n-1}, v_{2n} et v_{3n-1} en fonction du terme approprié de la suite (v_n).

Exercice 2 : Soient (w_n) et (S_n) les suites définies sur $\mathbb{N}$ par $\quad w_n = -n^2 + 2n \quad$ et $\quad S_n = w_{n+1} - w_n$

1. Exprimer w_{n+1} en fonction de n.
2. En déduire l'expression de S_n en fonciton de n.
3. Exprimer S_{n+1} en fonction de n.
4. En déduire que $S_{n+1} - S_n = -2$

Méthodes pour étudier les variations d'une suite

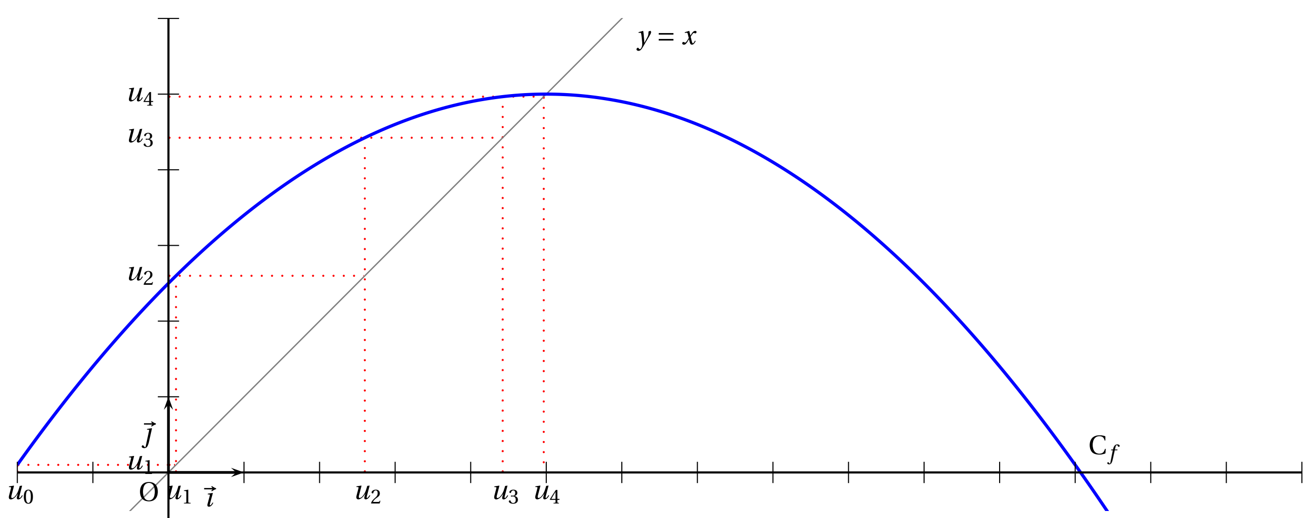
- On étudie généralement le signe de ....
- Si tous les termes de la suite u sont **strictement positifs**, on peut comparer le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ avec ....

Ceci se révèle souvent pratique dans le cas où il y a des exposants n dans l'expression de la suite.

Exercice 3 : Déterminer le sens de variation de chacune des suites définies sur $\mathbb{N}$ ci-dessous :

$u_n = 2n + 3 \qquad v_n = 5 \times 0.8^n \qquad w_n = 5 \times (-0.8)^n \qquad \begin{cases} t_0 = 4 \\ t_{n+1} = t_n - 3 \end{cases} \qquad$ et $\qquad a_n = n^2 + 2$

Exercice 4 :

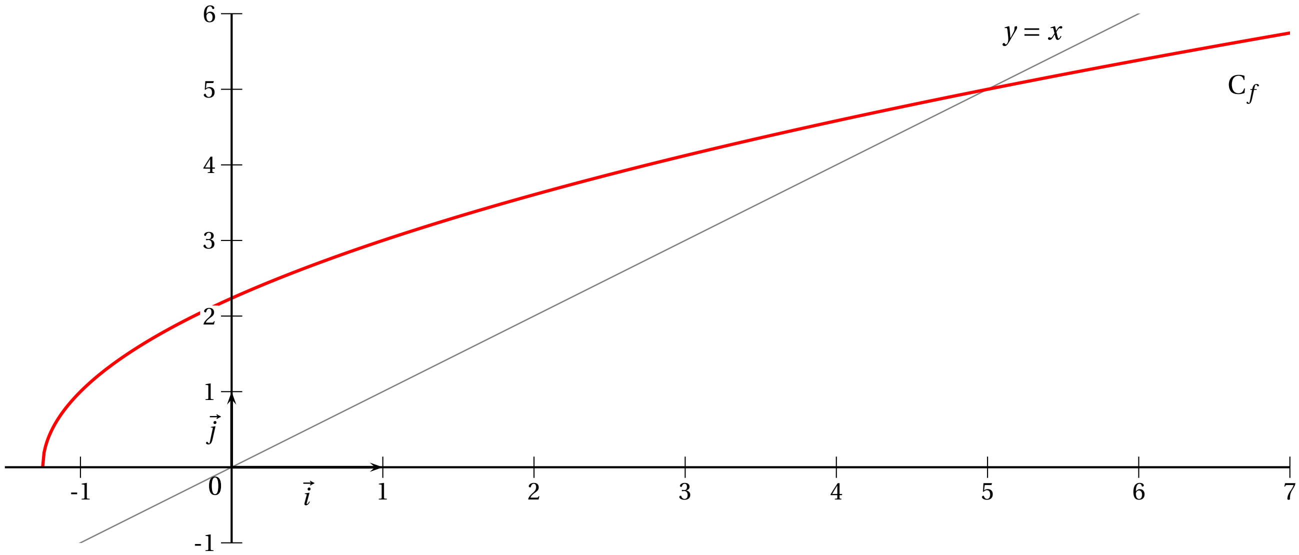


On a tracé ci-dessus dans un repère orthonormé la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f, la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$. ainsi que les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par son premier terme u_0 et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout entier n.

1. Donner, par lecture graphique, u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. On donne $f(x) = -0,1(x-5)^2 + 5$.
   a. Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
   b. Calculer les valeurs des termes u_1 à u_4 à partir de la valeur u_0 lue à la question précédente.
3. On modifie la valeur $u_0 = 11$. Représenter, sur l'axe des abscisses de cette feuille, les 4 premiers termes de la suite u dans ce cas.

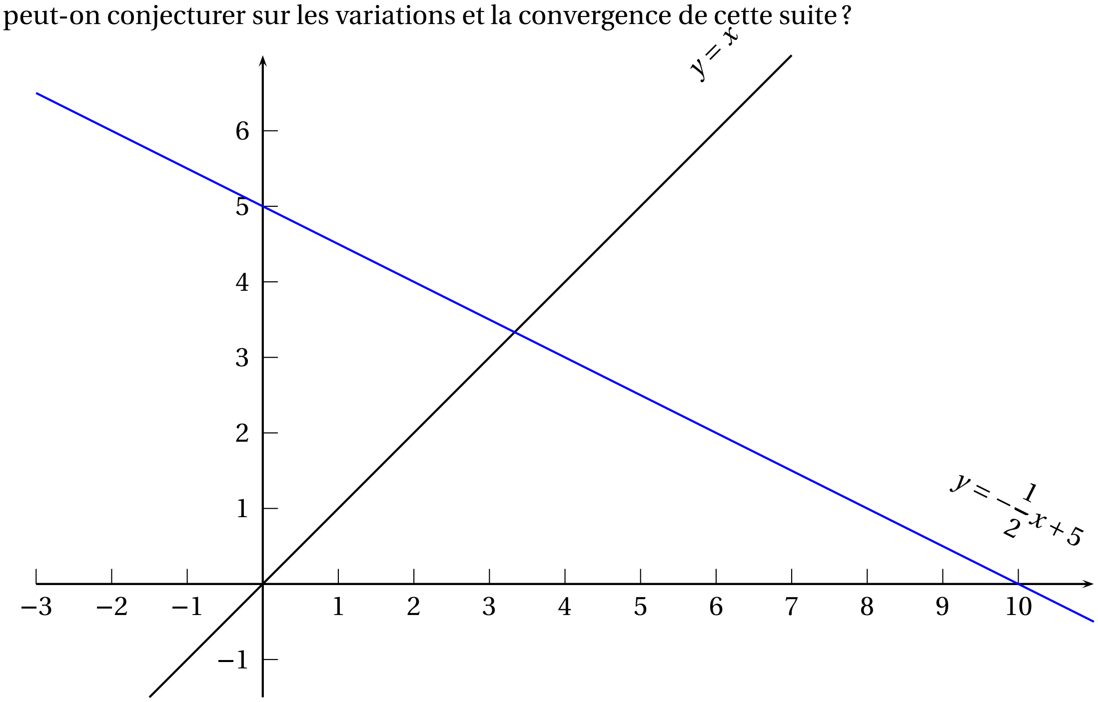
Exercice 5 : On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier n, par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \sqrt{4u_n + 5} \end{cases}$

1. Donner la fonction f telle que $u_{n+1} = f(u_n)$.
2. Dans le repère ci-dessous on a tracé la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f et la droite d'équation $y = x$.
   a. Représenter graphiquement sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes de la suite u.
   b. Conjecturer le sens de variation et l'éventuelle limite de la suite u.



Exercice 6 : Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 5$.

1. Sur la figure ci-dessous, sont tracées, dans un repère orthonormal, les droites d'équation respectives $y = x$ et $y = -\frac{1}{2}x + 5$. Construire sur l'axe des abscisses les termes u_2, u_3 et u_4.
2. Vérifier votre construction en calculant u_2, u_3 et u_4.
3. Que peut-on conjecturer sur les variations et la convergence de cette suite ?



Exercice 7 : On considère la suite u définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1} \end{cases}$

1. Donner la fonction f telle que $u_{n+1} = f(u_n)$.
2. Dans un repère, en utilisant la représentation graphique de la fonction f, placer sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes de la suite u pour $a = 0$. Dans ce cas conjecturer le sens de variation de la suite u.
3. Dans un repère, en utilisant la représentation graphique de la fonction f, placer sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes de la suite u pour $a = 15$. Dans ce cas conjecturer le sens de variation de la suite u.
4. Que constate-t-on ?

Exercice 8 :
On considère l'algorithme ci-contre.

1. Compléter la trace d'exécution de cet algorithme dans le tableau ci-dessous, avec l'entrée $n = 5$.

Test								
u	-4							
i	0							

2. Que renvoit l'algorithme si on entre la valeur 0 pour n ?
3. Soit n un entier naturel et u_n la valeur renvoyée par l'algorithme avec l'entrée n.
   a. Quel est le rang initial de la suite (u_n) ?
   b. Quelle relation existe-t-il entre u_{n+1} et u_n ?
4. Modifier cet algorithme pour que, lorsqu'on entre un entier n, il renvoit la somme des termes de la suite (u_n) jusqu'au terme de rang n.

Algorithme 1 :

Entrée(s) :
n un entier naturel
Variable(s) :
u est un nombre réel.
i est un entier naturel.
Début
$u \longleftarrow -4$
$i \longleftarrow 0$
Tant que $(i < n)$ **Faire**
$u \longleftarrow \frac{3}{2}u + 1$
$i \longleftarrow i + 1$
Fin Tant que
Renvoyer u
Fin

Exercice 9 : On considère la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ définie par l'algorithme suivant :

Algorithme 2 : *Suite* (v_n)

Entrée(s) :
n un entier naturel
Variable(s) :
v est un nombre réel.
Début
v prend la valeur $\cos\left(n\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(n\frac{\pi}{3}\right)$
Renvoyer v.
Fin

1. Si l'utilisateur rentre l'entier $n = 5$, que renvoit l'algorithme ?
2. Que fait cet algorithme ?
3. Compléter :

$$\begin{cases} v_{4n} = \ldots\ldots \\ v_{4n+1} = \ldots\ldots \\ v_{4n+2} = \ldots\ldots \\ v_{4n+3} = \ldots\ldots \end{cases}$$

Exercice 10 :

1. Compléter la trace d'exécution de cet algorithme dans le tableau ci-dessous, avec l'entrée $n = 5$.

i						
c						
a	1					
b	2					

2. Si l'utilisateur choisit l'entier $n = 7$, que renvoit l'algorithme ?
3. On considère la suite (u_n) définie par l'algorithme ci-contre. Donner une définition par récurrence de la suite (u_n).
4. Proposer une définition explicite de u_n en fonction de n.
5. Modifier alors l'algorithme pour qu'il ne calcule et ne renvoit que le terme de rang n de la suite (u_n).

Algorithme 3 :

Entrée(s) :
n un entier naturel ($n \geq 2$).
Variable(s) :
a, b et c sont des nombres réels.
i est un nombre entier.
Début
$a := 1$
$b := 2$
Pour i allant de 2 à n **Faire**
$c := 5b - 6a$
$a := b$
$b := c$
Renvoyer c.
Fin Pour
Fin

Exercice 11 : On considère les suites (w_n) et (s_n) définies par les algorithmes suivants :

Algorithme 4 : *Suite* (w_n)

Entrée(s) :
n est un entier naturel.
Variable(s) :
w est un nombre réel.
i est un nombre entier naturel.
Début
w reçoit la valeur $4 \times (-2)^n + 1$
Renvoyer w.
Fin

PARTIE A. **La suite w**

1. Si l'utilisateur choisit l'entier $n = 5$, que renvoit l'algorithme 4 ?
2. Proposer une définition pour la suite (w_n).
3. Modifier l'algorithme pour que, lorsqu'on entre un entier n, il renvoit la liste des termes de la suite (w_n) jusqu'à w_n.

Algorithme 5 : *Suite* (s_n)

Entrée(s) :
n est un entier naturel ($n \geq 3$).
Variable(s) :
s est un nombre réel.
i est un nombre entier naturel.
Début
$s := -1$
Pour i allant de 3 à n **Faire**
$s := \sqrt{\dfrac{1+s}{2}}$
Renvoyer s
Fin Pour
Fin

PARTIE B. **La suite s**

1. **a.** Compléter la trace d'exécution de cet algorithme dans le tableau ci-dessous, avec l'entrée $n = 5$.

i						
s						

   b. Que renvoit dans ce cas l'algorithme 5 ?
2. Proposer une définition par récurrence de la suite (s_n).
3. Modifier l'algorithme pour qu'il n'affiche que le terme de rang n de la suite (s_n).