

## EXERCICES : AFFAIRE CASTANEDA CONTRE PARTIDA

Des arguments de type probabiliste peuvent être avancés et pris en compte dans les cours de justice. En novembre 1976, Rodrigo Partida, d'origine mexicaine, était condamné à huit ans de prison pour vol et tentative de viol dans un comté du sud du Texas attaqua le jugement sous motif que la désignation des jurés dans l'Etat du Texas était discriminatoire pour les Américains d'origine mexicaine. Son argument était que ceux-ci n'étaient pas suffisamment représentés dans les jurys populaires.



### **Attendu de la Cour Suprême des Etats-Unis (affaire Castaneda contre Partida)**

« Si les jurés étaient tirés au hasard dans l'ensemble de la population, le nombre d'américains mexicains dans l'échantillon pourrait alors être modélisé par une distribution binomiale ...

Etant donnée que 79.1% de la population est mexico-américaine, le nombre attendu d'américains mexicains parmi les 870 personnes convoquées en tant que grands jurés pendant la période de 11 ans est approximativement de 688. Le nombre observé est 339.

Bien sûr, dans n'importe quel tirage considéré, une certaine fluctuation par rapport au nombre attendu est prévisible. Le point essentiel, cependant, est que le modèle statistique montre que les résultats d'un tirage au sort tombent vraisemblablement dans le voisinage de la valeur attendue ...

La mesure des fluctuations prévues par rapport à la valeur attendue est l'écart-type, défini pour la distribution binomiale comme la racine carrée de la taille de l'échantillon (ici 870) multiplié par la probabilité de sélectionner un américain mexicain (ici 0.791) et par la probabilité de sélectionner un non américain mexicain (ici 0.209) ... Ainsi, dans ce cas, l'écart-type est approximativement de 12.

En règle générale, pour de si grands échantillons, si la différence entre la valeur attendue et le nombre observé est plus grande que deux ou trois écarts-types, alors l'hypothèse que le tirage du jury était au hasard serait suspecte à un spécialiste des sciences humaines.

Les données sur 11 années reflètent ici une différence d'environ 29 écarts-types. Un calcul détaillé révèle qu'un éloignement aussi important de la valeur attendue se produirait avec moins d'une chance sur  $10^{140}$ . »

Source : « *Prove it with Figures (Statistics for Social Science and Behaviour Sciences)* », Hans Zeisel et David Kaye ; Springer (2006)

### Partie A : Analyse du texte

1. Définir la variable aléatoire  $X$  qui, dans cette situation, suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
2. A quel calcul correspond la valeur 688 ?
3. Effectuer le calcul de l'écart-type de  $X$ . A quoi correspond la « différence de 29 écarts-types » ?
4. A quel événement correspond la probabilité de  $10^{-140}$  ?
5. Nous allons vérifier ce calcul à l'aide d'un tableur.
  - a. Ouvrir OpenCalc et reproduire la feuille de calculs vidéo-projetée en même temps que le professeur.
  - b. A quoi correspondent les trois premiers paramètres de la commande entrée en **B2** ?  
*Le dernier paramètre égal à 0 indique au tableur de calculer  $P(X = k)$ .  
 Il peut également prendre la valeur 1, et dans ce cas, il indiquerait au tableur de calculer  $P(X \leq k)$ .*
  - c. Etes-vous d'accord avec le calcul de  $10^{-140}$  ?

### Partie B : Interprétation et critique du modèle

1. Peut-on considérer que la constitution du jury résultait du hasard ?
2. Que vaut  $P(X = 688)$  ? L'évènement  $X = 688$  peut-il être considéré comme très probable ? Est-ce logique ?
3. La cour d'appel a finalement donné raison à la défense Partida. Cependant, elle exclut une démonstration mathématique de discrimination raciale. N'allez pas croire qu'il y ait eu un complot !
  - a. Quel critique pouvez-vous faire sur la modélisation ?
  - b. A votre avis, qu'est-ce qui peut justifier une telle composition de jury ?

### Partie C : Analyse de la représentation graphique

1. Construire l'histogramme de cette loi binomiale. Pour cela :
  - Sélectionner les lignes de 0 à 872 des colonnes A et B.
  - Cliquer sur l'icône « Diagramme » et choisir « Colonne » pour le type de diagramme
  - Dans la partie « Plage de données », choisir séries de données en colonnes et cocher les deux cases.
  - Cliquer sur « Terminer ».
2.
  - a. Quelle est l'allure générale de cet histogramme ?
  - b. Observer l'échelle des ordonnées. Existe-t-il des valeurs de  $k$  pour lesquelles l'évènement  $X = k$  est très probable ?
  - c. Autour de quelle valeur sont situées les valeurs les plus probables pour  $X$  ?

- d.** A votre avis, pour quelles valeurs de  $k$  peut-on considérer que le jury a été composée au hasard ?  
Votre choix vous semble-t-il rigoureux ?  
*En fait, vous apprendrez un critère rigoureux cette année, dont nous discuterons s'il nous reste du temps ...*