Nom : .... **Prénom :** .... **Classe :** ....

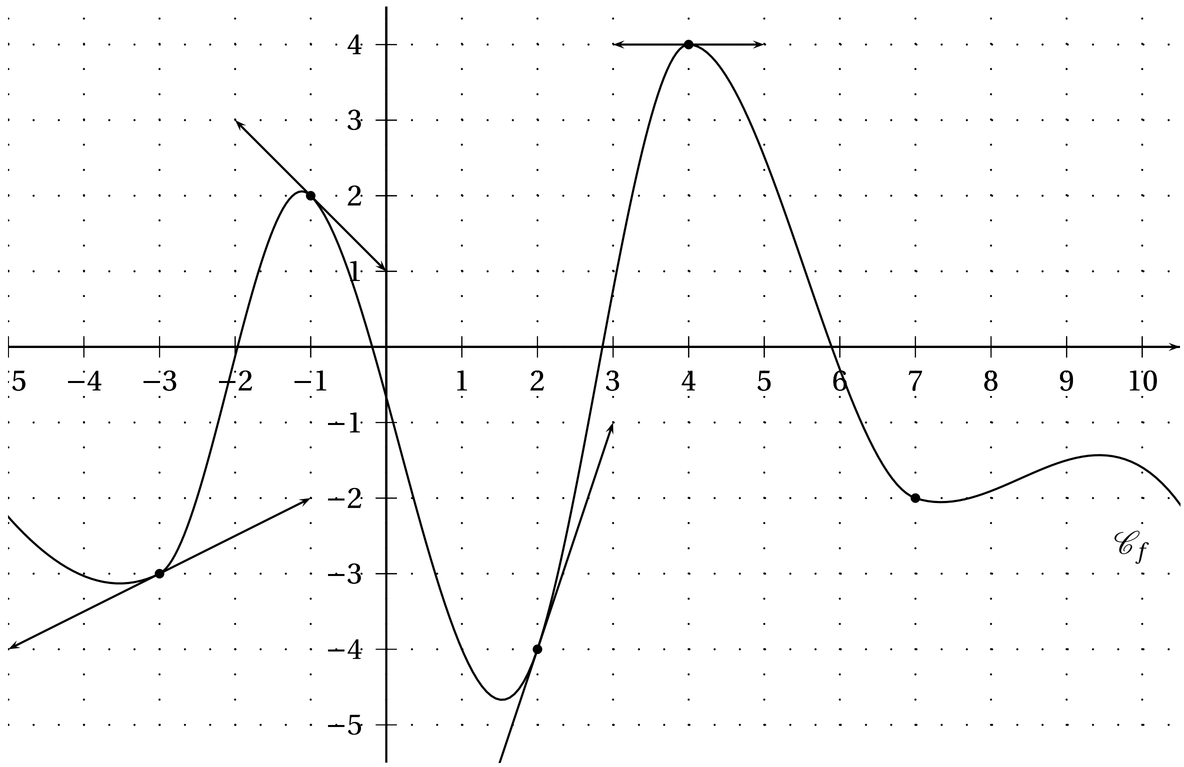
DEVOIR COMMUN N° 2 (2H)

Exercice 1 : Définition du nombre dérivé / Proche du cours **(3 points)**

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - x$.
Déterminer par le calcul le nombre dérivé $g'(3)$, en détaillant les différentes étapes.

Exercice 2 : Nombre dérivé et tangente **(6 points)**

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous.
En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}_f$ admet une tangente qui est tracée.



1. En se servant du quadrillage :

a. Lire les nombres suivants :

$f(-1) = \ldots\ldots$ $f(2) = \ldots\ldots$ $f(4) = \ldots\ldots$

$f'(-1) = \ldots\ldots$ $f'(2) = \ldots\ldots$ $f'(4) = \ldots\ldots$

b. Tracer la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 7, sachant que $f'(7) = -\dfrac{1}{3}$

c. Lire et donner l'équation réduite de la tangente Δ à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3.

2. On donne $f(20) = -10$ et $f'(20) = -3$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente D à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 20.

Exercice 3 : Droites (7 points)

On se place dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites suivantes :
   a. la droite d_1 passant par les points $A(1;2)$ et $B(4;1)$
   b. la droite d_2 passant par $C(6;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$
   c. la droite d_3 d'équation réduite $y = -\frac{1}{3}x + 4$
2. Montrer que toutes ces droites sont parallèles entre elles.
3. **a.** Déterminer sur chaque droite l'ordonnée du point d'abscisse 0.
   b. En déduire la position relative de chacune des droites dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Exercice 4 : Second degré (7 points)

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

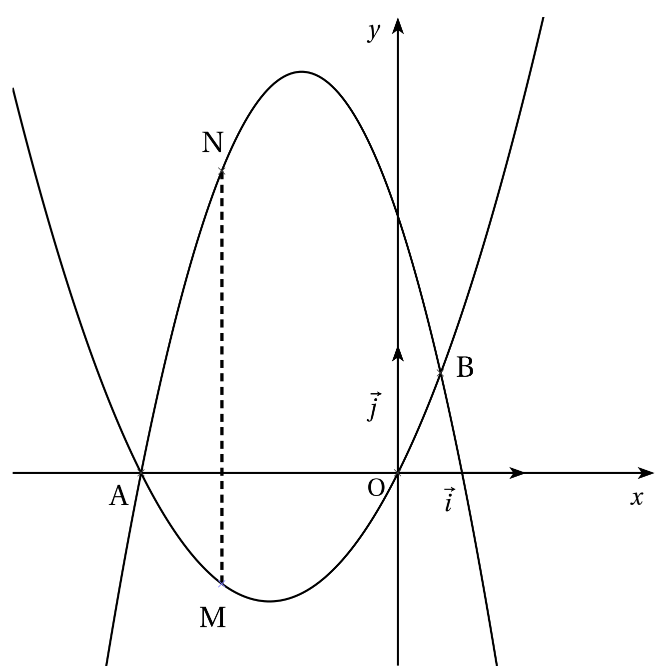
$$f(x) = x^2 + 2x \qquad \text{et} \qquad g(x) = -2x^2 - 3x + 2$$

On appelle respectivement $\mathscr{P}_f$ et $\mathscr{P}_g$ leurs courbes représentatives dessinées ci-dessous dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $g(x) - f(x) = -3x^2 - 5x + 2$
2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 - 5x + 2 = 0$
   b. Etablir sur $\mathbb{R}$ le tableau de signes de l'expression $-3x^2 - 5x + 2$
3. En utilisant les résultats des questions 1) et 2), déterminer :
   a. les coordonnées des points d'intersection A et B des courbes $\mathscr{P}_f$ et $\mathscr{P}_g$
   b. Les positions relatives de $\mathscr{P}_f$ et $\mathscr{P}_g$ sur $\mathbb{R}$.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   On désigne par M et N deux points mobiles tels que :
   – $M \in \mathscr{P}_f$
   – $N \in \mathscr{P}_g$
   – M et N ont la même abscisse appartenant à l'intervalle $\left[-2; \frac{1}{3}\right]$

   Quelle est la longueur maximale du segment [MN] ? Justifier.



Exercice 5 : **Probabilités** *Les trois parties sont indépendantes.* **(10 points)**

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 12 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté.
À la fin de chaque étape, un groupe de 5 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle antidopage. Ces désignations de 5 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes. Un même coureur peut donc être contrôlé à l'issue de plusieurs étapes.
Les résultats des contrôles étant obtenus après la fin de la course, un coureur contrôlé positif aura tout de même participé à chaque étape de la course.
Ben est l'un des 50 participants de la course.

Partie A :

On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel :

« rand(1, 50) » permet d'obtenir **un nombre entier aléatoire** appartenant à l'intervalle [1 ; 50]

Variables	a, b, c, d et e sont des nombres entiers
Initialisation	a, b, c, d et e prennent la valeur 0
Traitement	Tant que $\big((a=b)$ ou $(a=c)$ ou $(a=d)$ ou $(a=e)$ ou $(b=c)$ ou $(b=d)$ ou $(b=e)$ ou $(c=d)$ ou $(c=e)$ ou $(d=e)\big)$
	Début du tant que
	a prend la valeur rand(1, 50) ; b prend la valeur rand(1, 50)
	c prend la valeur rand(1, 50) ; d prend la valeur rand(1, 50)
	e prend la valeur rand(1, 50)
	Fin du tant que
Sortie	Afficher a, b, c, d, e

1. Parmi les ensembles de nombres suivants, lesquels ont pu être affichés par cet algorithme ? Justifier.

$L_1 = \{2 ; 11 ; 44 ; 2 ; 15\}$ $\qquad$ $L_2 = \{8 ; 17 ; 41 ; 34 ; 6\}$

$L_3 = \{12 ; 17 ; 23 ; 57 ; 50\}$ $\qquad$ $L_4 = \{45 ; 19 ; 43 ; 21 ; 18\}$

2. Que permet de réaliser cet algorithme concernant la course cycliste ?

Partie B :

1. Justifier que la probabilité que Ben subisse un contrôle à la fin d'une étape est égale à 0,1.
2. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de contrôles subis par Ben sur l'ensemble des 12 étapes de la course.
   a. Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ? *Justifier et préciser ses paramètres.*
   b. Calculer, sous forme décimale arrondie au dix-millième, les probabilités des évènements suivants :
   – Ben a été contrôlé 5 fois exactement ;
   – Ben n'a pas été contrôlé ;
   – Ben a été contrôlé au moins une fois.
   c. Déterminer et interpréter l'espérance de la variable aléatoire X.

Partie C : *Dans cette partie, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour chaque étape, le gagnant remporte 2000€. Ben décide de se doper à la Polynésitamine.
S'il se fait contrôler au moins une fois, il sera déclaré positif : il perdra tous ses gains et il devra payer une amende de 11 000€.
Le choix de Ben de se doper vous paraît-il judicieux du point de vue financier ? Expliquer.

Exercice 6 : **QCM** **(5 points)**

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, une seule des réponses proposées est juste. Entourer sur votre énoncé les réponses correctes. **Aucune justification n'est demandée.**

1. Le plus grand ensemble de définition possible de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-x-3}}$ est :

a. $[-3;+\infty[$ **b.** $]-3;+\infty[$ **c.** $]-\infty;-3]$ **d.** $]-\infty;-3[$

2. On donne l'algorithme ci-contre.
La valeur de u affichée en sortie lorsque l'utilisateur saisit la valeur 3 pour n est :

a. 644 **c.** 201.8

b. 586.4 **d.** 551.84

Algorithme 1 :

Variables
 n et i sont des nombres entiers
 u est un nombre réel
Début
 Saisir n
 u prend la valeur 900
 Pour i allant de 1 à n **Faire**
  u prend la valeur $0.6 \times u + 200$
 Fin Pour
 Afficher u
Fin

3. L'algorithme de la question précédente permet de calculer les termes de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ de premier terme $u_0 = 900$ et telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

a. $u_n = 0.6n + 200$ **b.** $u_n = 0.6u_{n+1}+200$ **c.** $u_{n+1} = 0.6n + 200$ **d.** $u_{n+1} = 0.6u_n+200$

4. On considère la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 3n^2 - 2n + 4$.
Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $v_{n+1} - v_n =$

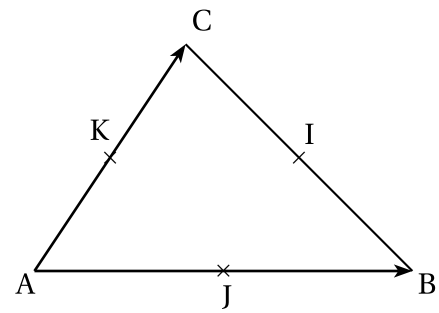
a. v_1 **b.** $2n + 10$ **c.** 1 **d.** $6n + 1$

5. On considère la suite $(w_n)_{n\geq 0}$ telle que $w_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = 3w_n - 2n + 4$.
La valeur de w_2 est :

a. 19 **b.** 59 **c.** 51 **d.** Autre réponse

Exercice 7 : Vecteurs **(7 points)**

On considère un triangle quelconque ABC comme ci-contre.
On nomme I le milieu de [BC], J celui de [AB] et K celui de [AC].
On se place dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.
Ce repère n'est pas nécessairement orthonormé et :
- A *désigne l'origine du repère,*
- $\overrightarrow{AB}$ *désigne le vecteur unité de l'axe des abscisses,*
- $\overrightarrow{AC}$ *désigne le vecteur unité de l'axe des ordonnées.*



Le point d'équilibre du triangle, dit isobarycentre, est le point $G(x_G; y_G)$, intérieur au triangle tel que

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

1. Donner sans justifier les coordonnées de A, B et C dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

2. **a.** Ecrire les coordonnées de $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ en fonction des coordonnées de G.

b. Déduire de l'égalité $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ que $x_G = y_G = \dfrac{1}{3}$

3. **a.** Justifier que les coordonnées de I dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ sont $x_I = 0.5$ et $y_I = 0.5$.

b. Démontrer que les points A, G et I sont alignés.

4. On admet que de la même façon, les points C, G et J sont alignés.
Que peut-on en déduire pour la nature du point G dans le triangle ABC ?