DEVOIR MAISON 6 : CORRECTION DE L'EXERCICE 17 DE LA FICHE

On sait que P, Q et R sont alignés, si et seulement $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ sont colinéaires.
Plaçons nous dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ du plan.
Il s'agit bien d'un repère du plan, car $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
Alors $\overrightarrow{AP} = a\overrightarrow{AB}$ Donc $\boxed{P(a,0)}$.
$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{CA} = (1-a)\overrightarrow{AC}$. Donc $\boxed{Q(0;1-a)}$.

$$\begin{aligned} \text{Enfin} \quad \overrightarrow{AR} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CR} \\ &= \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{BA} + a\overrightarrow{AC} \\ &= -a\overrightarrow{AB} + (1+a)\overrightarrow{AC} \qquad \text{Donc } \boxed{R(-a;1+a)} \end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -a \\ 1-a \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} -2a \\ 1+a \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ sont colinéaires si et seulement si $-a(1+a)-(1-a)(-2a)=0$. Ce qui équivaut à

$$-a-a^2-(-2a+2a^2)=0 \iff -3a^2+a=0 \iff 3a^2-a=0 \iff a(3a-1)=0 \iff a=0 \text{ ou } a=\frac{1}{3}$$

Donc il existe deux valeurs de a pour lesquelles P, Q et R sont alignés : $a=0$ ou $a=\frac{1}{3}$

DEVOIR MAISON 6 : CORRECTION DE L'EXERCICE 17 DE LA FICHE

On sait que P, Q et R sont alignés, si et seulement $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ sont colinéaires.
Plaçons nous dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ du plan.
Il s'agit bien d'un repère du plan, car $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
Alors $\overrightarrow{AP} = a\overrightarrow{AB}$ Donc $\boxed{P(a,0)}$.
$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{CA} = (1-a)\overrightarrow{AC}$. Donc $\boxed{Q(0;1-a)}$.

$$\begin{aligned} \text{Enfin} \quad \overrightarrow{AR} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CR} \\ &= \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} + a\overrightarrow{BA} + a\overrightarrow{AC} \\ &= -a\overrightarrow{AB} + (1+a)\overrightarrow{AC} \qquad \text{Donc } \boxed{\text{R(-a ; 1+a)}} \end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -a \\ 1-a \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} -2a \\ 1+a \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ sont colinéaires si et seulement si $-a(1+a)-(1-a)(-2a)=0$. Ce qui équivaut à

$$-a-a^2-(-2a+2a^2)=0 \iff -3a^2+a=0 \iff 3a^2-a=0 \iff a(3a-1)=0 \iff a=0 \text{ ou } a=\frac{1}{3}$$

Donc il existe deux valeurs de a pour lesquelles P, Q et R sont alignés : $a=0$ ou $a=\frac{1}{3}$