<u>Travail de l'élève</u> **1.** Un vieux professeur d'histoire-géo, se décrivant lui-même « entre deux âges et très séduisant », décide de séquestrer des gens pour le fun. (« Lol ! » dixit le vieux prof d'histoire-géo) Il en a kidnappé cinq : deux filles qu'il n'arrive pas à distinguer et qu'il appelle toutes les deux « Lolo », son fils Hugo et ses collègues Dédé et Gougou.
Le vieux professeur d'histoire-géo choisit au hasard l'un d'entre eux et le séquestre en le pinçant.
Il considère que son expérience est un Succès lorsqu'il séquestre l'une des Lolos, un Echec sinon.
On appelle X la variable aléatoire égale à 1 en cas de Succès et 0 sinon.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance de X et sa variance.

<u>Travail de l'élève</u> **2.** On reprend le contexte et les notations de l'activité précédente.
Le vieux professeur d'histoire-géo considère toujours que son expérience est un Succès lorsqu'il séquestre l'une des Lolos, un Echec sinon et X désigne toujours la variable aléatoire qui compte le nombre de Succès.

1. **Le vieux professeur d'histoire-géo choisit au hasard, successivement et avec remise deux personnes parmi les cinq.**
   - **a.** Quelles valeurs k peut prendre X ?
   - **b.** On note $\binom{2}{k}$ (se lit « k parmi 2 ») le nombre de chemins dans l'arbre à deux étapes décrivant la situation, qui mènent à l'événement $(X = k)$, pour $k \in \{0;1;2\}$.
     Ainsi $\binom{2}{0}$ désigne le nombre de chemins menant à l'événement $(X = 0)$ parmi les deux expériences.
     Que valent $\binom{2}{0}$? $\binom{2}{1}$ et $\binom{2}{2}$?
   - **c.** Déterminer la loi de X, son espérance et sa variance.
2. **Le vieux professeur d'histoire-géo choisit au hasard, successivement et avec remise trois personnes parmi les cinq.**
   - **a.** A votre avis, comment note-t-on le nombre de chemins dans l'arbre décrivant la situation menant à 0 Succès ? Combient vaut-il ?
   - **b.** Même question pour 1 Succès, puis 2, puis 3.
   - **c.** Déterminer alors la loi de X, son espérance et sa variance.
3. **Le vieux professeur d'histoire-géo choisit au hasard, successivement et avec remise n personnes parmi les cinq.**
   - **a.** Conjecturer une formule déterminant $P(X = k)$ en fonction du nombre n d'expériences, du nombre k de Succès et de la probabilité p d'un Succès *(on utilisera notamment la notation $\binom{n}{k}$).*
   - **b.** Conjecturer une formule pour déterminer l'espérance de X en fonction du nombre n d'expériences et de la probabilité p d'un Succès.
   - **c.** Ces formules sont-elles valables si le vieux professeur d'histoire-géo choisit au hasard n personnes succesivment et sans remise ? Expliquer.

Exemple :

Dans lequel des cas suivants X suit-elle une loi binomiale ? Si oui, donner les paramètres de la loi et calculer $P(X = 3)$ si c'est possible, puis l'espérance et la variance de X.

1. Dans une classe, on tire au sort sans remise 5 élèves, X est le nombre d'élèves abonnés à Star'Ac mag dans le lot tiré au sort.
2. Dans un sac de 20 billes contenant 7 noires et 13 blanches, on tire avec remise 3 d'entre elles, X étant le nombre de billes noires obtenues.
3. On lance 4 dés, X est le nombre de 5 obtenus.
4. Un circuit comprend 2 lampes en série. Pour chacune d'elle, la probabilité qu'elle fonctionne est de 0.03. X est le nombres de lampes qui s'allument lorsqu'on appuie sur l'interrupteur.
   Même question avec cette fois des lampes en parallèles.

Exercice 1 : On lance n dés ($n \geq 1$). On note A l'événement « obtenir au moins deux 4 (sur l'ensemble des n lancers) », et X la variable aléatoire qui compte le nombre de 4 obtenus.

1. Déterminer la loi de X.
2. On considère le cas $n = 3$.
   a. Calculer $P(X = 2)$, $P(X = 3)$.
   b. En déduire $p(A)$.
   c. Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$.
3. Dans cette question, on suppose n quelconque.
   a. Décrire l'événement $\overline{A}$ à l'aide d'une phrase.
   b. Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 1)$ en fonction de n.
   c. En déduire $p(A)$ en fonction de n.
   d. A l'aide d'un tableau de valeurs, déterminer le nombre de dés qu'il faut lancer pour que la probabilité d'obtenir au moins un quatre soit supérieure à $\frac{3}{4}$.

Travail de l'élève **3.** Le vieux professeur d'histoire-géo a décidé de piquer ses otages au cure-dent, juste pour le fun (« Lol ! » dixit le vieux prof d'histoire-géo complètement aveugle).
L'expérience consiste à choisir au hasard l'un des cinq otages, puis à tenter (car l'otage se débat) de le piquer au cure-dent. La probabilité qu'il touche sa cible est de $\dfrac{2}{3}$ quand il s'agit d'un garçon et de $\dfrac{1}{2}$ quand il s'agit d'une fille (les deux Lolos étant plus menues que Dédé et plus petites que Hugo et Gougou, il est plus difficile de les atteindre).
Hugo a eu un avertissement travaille ce trimestre-ci, ainsi, le vieux professeur d'histoire-géo considère que son expérience est un Succès lorsqu'il arrive à le piquer.

1. Quelle est la probabilité que le vieux professeur d'histoire-géo choisisse et pique Hugo avec un cure-dent ?

2. Le vieux professeur d'histoire-géo répète n fois cette expérience, de manière indépendante. On appelle X_n la variable aléatoire qui compte le nombre k de Succès S sur les n expériences.

a. Quelle loi suit X_n ?

b. Pour $n = 2$, lister intelligemment les chemins de l'arbre décrivant la situation pour déterminer les valeurs de $\dbinom{n}{k}$ possibles.

c. Même question pour $n = 3$, puis $n = 4$.

3. **a.** Grâce aux résultats des questions **2.b.** à **2.c.**, compléter les lignes correspondantes du tableau ci-contre, donnant les valeurs de $\dbinom{n}{k}$ en fonction de n et de k.

n \ k	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

b. A l'aide de la définition de $\dbinom{n}{k}$ et de votre tête, compléter les lignes $n = 0$ et $n = 1$.

c. A l'aide de la calculatrice, compléter les lignes $n = 5$ et $n = 6$.

Calculatrices

Casio 35+	TI 82 à 84	TI 89	TI Npisre CX CAS

6 `nCr` 2	6 `Combinaison` 2	`nCr(6,2)`
		ou
		`nbrComb(6,2)`
			`nCr(6,2)`

$\boxed{\text{OPTN}}$ puis choisir `PROB`	$\boxed{\text{math}}$ puis choisir `PRB` avec $\boxed{\blacktriangleright}$	$\boxed{\text{2ND}}+\boxed{5}+\boxed{7}$	$\boxed{\text{catalogue}}+\boxed{2}$ puis choisir `Probabilités` avec $\boxed{\blacktriangledown}$ puis `Nombre de combinaisons`

4. **a.** Quelle(s) première(s) constatation(s) pouvez-vous faire sur la valeur des coefficients binomiaux sur une même ligne ?

   b. On veut désormais établir un lien entre deux lignes consécutives. Pour cela, on a fait apparaître en couleur trois séries de 3 cellules.
   Trouver une relation simple entre ces 3 cellules.

n \ k	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

k	$k+1$

n	$n+1$

k					
$k+1$					

n					
$n+1$					

