

Travail de l'élève 2.

L'objectif de cette activité est de déterminer les éventuelles racines d'un trinôme dans le cas général.

On sait que tout trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) admet une forme canonique du type $a(x - \alpha)^2 + \beta$ et on a déjà vu deux méthodes pour retrouver cette forme.

Je rappelle que cette forme nous est utile pour déterminer le tableau de variations du trinôme, ainsi que ses éventuelles racines.

1. Détermination de α et β en fonction de a , b et c :

a. Développer l'expression $a(x - \alpha)^2 + \beta$ et l'ordonner suivant les puissances de x .

b. En déduire que $T(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \iff \begin{cases} \alpha = -\frac{b}{2a} \\ \beta = \frac{4ac - b^2}{4a} \end{cases}$

2. Etablissement d'une condition sur a , b et c pour l'existence de racines :

a. Montrer que $T(x) = 0 \iff (x - \alpha)^2 = -\frac{\beta}{a}$

b. Déduire des questions précédentes que $T(x) = 0 \iff \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

c. On note Δ le nombre $b^2 - 4ac$. On a donc montrer que

$$T(x) = 0 \iff \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Conclure sur le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ en fonction du signe de Δ

3. Détermination des éventuelles racines :

a. Déterminer la racine du trinôme quand $\Delta = 0$ en fonction de a et b .

b. Déterminer les racines du trinôme quand $\Delta > 0$ en fonction de a , b et Δ .

c. Cette dernière formule permet-elle de retrouver la racine quand $\Delta = 0$?

4. Application : Trouver les éventuelles racines réelles du trinôme $2x^2 - 4x - 1$.

Travail de l'élève 3. L'objectif de l'activité est de chercher l'éventuelle forme factorisée du trinôme

$T(x) = ax^2 + bx + c$.

1. Rappeler la forme canonique de T en fonction des coefficients a et b et de son discriminant Δ .

2. Déterminer la forme factorisée de T si $\Delta = 0$.

3. On se place désormais dans le cas $\Delta \neq 0$.

a. Factoriser par a la forme canonique de T établie en 1).

b. A quelle condition nécessaire et suffisante sur Δ peut-on davantage factoriser l'expression trouvée en 2) ?

4. On suppose désormais que cette condition est remplie (et $\Delta \neq 0$).

a. Que cela implique-t-il sur l'équation $T(x) = 0$?

b. Factoriser alors l'expression de la question 2) pour montrer que $T(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 désignent les racines de T .

Travail de l'élève 4. L'objectif de l'activité est d'étudier le signe du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ suivant les valeurs de x .

1. Cas 1 : $\Delta > 0$

Soient x_1 et x_2 les racines de T , avec $x_1 < x_2$.

- a. Rappeler la forme factorisée de T en fonction de a , x_1 et x_2 .
- b. Grâce à cette expression, établir le tableau de signes de T en fonction du signe de a .

2. Cas 2 : $\Delta \leq 0$

- a. Rappeler la forme canonique de T en fonction de a , b et Δ .
- b. Expliquer pourquoi cette forme est toujours du signe de a .

Travail de l'élève 4. L'objectif de l'activité est d'étudier le signe du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ suivant les valeurs de x .

1. Cas 1 : $\Delta > 0$

Soient x_1 et x_2 les racines de T , avec $x_1 < x_2$.

- a. Rappeler la forme factorisée de T en fonction de a , x_1 et x_2 .
- b. Grâce à cette expression, établir le tableau de signes de T en fonction du signe de a .

2. Cas 2 : $\Delta \leq 0$

- a. Rappeler la forme canonique de T en fonction de a , b et Δ .
- b. Expliquer pourquoi cette forme est toujours du signe de a .

Travail de l'élève 4. L'objectif de l'activité est d'étudier le signe du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ suivant les valeurs de x .

1. Cas 1 : $\Delta > 0$

Soient x_1 et x_2 les racines de T , avec $x_1 < x_2$.

- a. Rappeler la forme factorisée de T en fonction de a , x_1 et x_2 .
- b. Grâce à cette expression, établir le tableau de signes de T en fonction du signe de a .

2. Cas 2 : $\Delta \leq 0$

- a. Rappeler la forme canonique de T en fonction de a , b et Δ .
- b. Expliquer pourquoi cette forme est toujours du signe de a .

Travail de l'élève 4. L'objectif de l'activité est d'étudier le signe du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ suivant les valeurs de x .

1. Cas 1 : $\Delta > 0$

Soient x_1 et x_2 les racines de T , avec $x_1 < x_2$.

- a. Rappeler la forme factorisée de T en fonction de a , x_1 et x_2 .
- b. Grâce à cette expression, établir le tableau de signes de T en fonction du signe de a .

2. Cas 2 : $\Delta \leq 0$

- a. Rappeler la forme canonique de T en fonction de a , b et Δ .
- b. Expliquer pourquoi cette forme est toujours du signe de a .