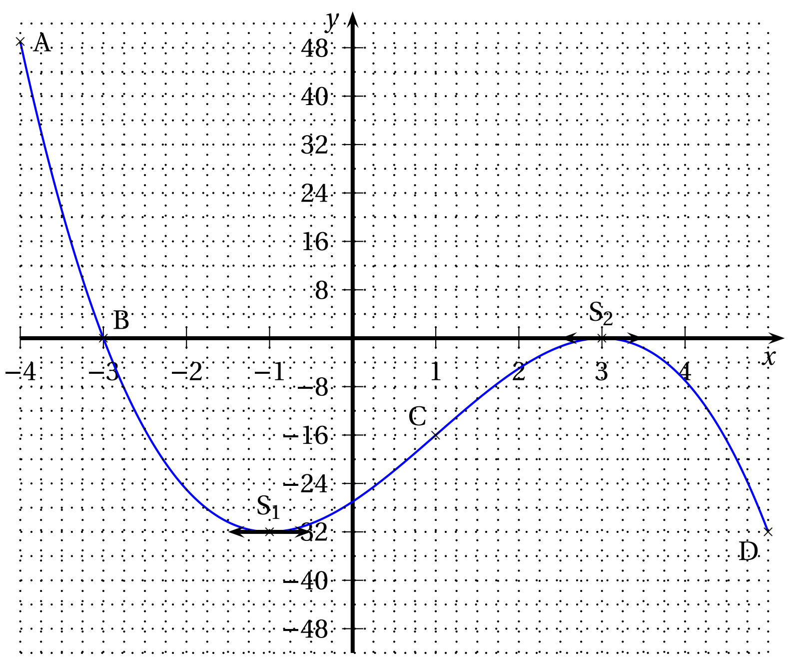
EXERCICES : DÉRIVÉE DE FONCTIONS

Les exercices 1, 2 et 3 sont des Questionnaires à Choix Multiple. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées (**a, b** ou **c**) *est correcte. La recopier sur la copie.*

EXERCICE 1 **5 points**

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-4\ ;\ 5]$, et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère orthogonal donné ci-dessous.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points A$(-4;49)$; B$(-3;0)$; C $(1;-16)$ et D$(5;-32)$ ainsi que par les points S_1 $(-1;-32)$ et $S_2(3\ ;\ 0\ )$.



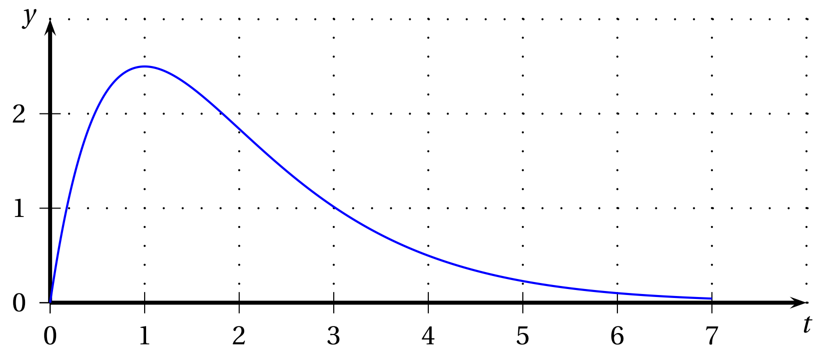
	a	**b**	**c**	**Points**
1. $f(0) =$	-3 et 3	-27	0	0,5
2. Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont :	-27	-3 et 3	Aucune	0,5
3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -6$ est :	1	2	3	0,5
4. $f'(-1) =$	-1	0	1	1
5. $f(x)$ est strictement positif sur :	$[-4\ ;\ -3[$	$[\ 0\ ;\ 3\ [$	$]\ 3\ ;\ 5]$	0,5
6. La droite (BC) a pour équation :	$y = -4x+12$	$y = 4x-12$	$y = -4x-12$	0,5
7. Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont :	-1 et 3	-3 et 3	0	1
8. Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ sont :	$[-4\ ;\ 3]$	$[-1\ ;\ 3]$	$[\ 0\ ;\ 5\ ]$	0,5

EXERCICE 2 **6 points**

Chaque réponse correcte rapportera 1 point.

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative dans un repère orthogonal d'une fonction f de la variable t, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 7]$.

La fonction dérivée de f est notée f'. On donne : $f'(1) = 0$.



1. L'équation $f(t) = 1$ admet sur $[0\,;7]$:

   a deux solutions ; **b** une solution ; **c** aucune solution

2. Sur l'intervalle $[1\,;4]$:

   a. f est croissante ; **b.** f est décroissante ; **c.** f n'est ni croissante ni décroissante

3. Sur l'intervalle $[0\,;7]$:

   a. $f'(t) \geqslant 0$; **b.** f' change de signe ; **c.** $f'(t) \leqslant 0$

   Une substance est injectée par voie intramusculaire. Elle passe progressivement du muscle au sang puis est éliminée par les reins. On admet que la quantité de substance contenue dans le sang (exprimée en cg) en fonction du temps t (exprimé en heures) peut être modélisée par la fonction f définie ci-dessus.

4. La quantité de substance contenue dans le sang est maximale :

   a. au bout de 7 heures ; **b.** au bout de 3 heures ; **c.** au bout d'une heure

5. On peut estimer la quantité de substance contenue dans le sang au bout de 1 heure et 30 minutes à environ :

   a. 2,5 cg ; **b.** 2,3 cg ; **c.** 3 cg

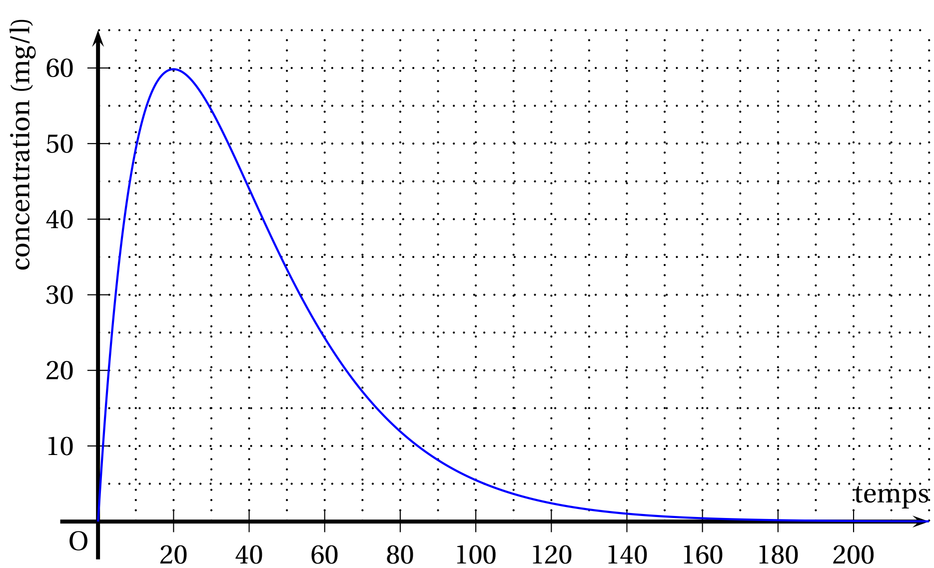
6. La substance n'est efficace que si la quantité présente dans le sang est supérieure ou égale à 1 cg. L'intervalle de temps durant lequel la substance est efficace est approximativement :

   a. $[0{,}2\,;3]$; **b.** $[0\,;0{,}2]$; **c.** $[3\,;7]$

EXERCICE 3 **6 points**

Chaque réponse correcte rapportera 1 point.

On étudie la concentration d'un médicament dans le sang à partir du moment où il est absorbé. Cette concentration c, exprimée en mg par litre de sang, est donnée en fonction du temps (exprimé en minutes). Elle est représentée par la courbe suivante :



1. La concentration est maximale au bout de :

a. 60 minutes ; **b.** 20 minutes ; **c.** 160 minutes

2. La concentration du médicament est supérieure à 50 mg/l pendant

a. moins de minutes ; **b.** environ 25 minutes ; **c.** environ 35 minutes

3. Au bout de 20 minutes, la concentration

a. diminue à vitesse constante ; **b.** diminue rapidement puis lentement ; **c.** augmente fortement puis diminue

4. Au bout d'une heure, la dérivée de la fonction c est :

a. positive ; **b.** négative ; **c.** nulle

5. Entre 30 et 60 minutes la dérivée de la fonction vaut environ :

a. -2 ; **b.** -4 ; **c.** -1

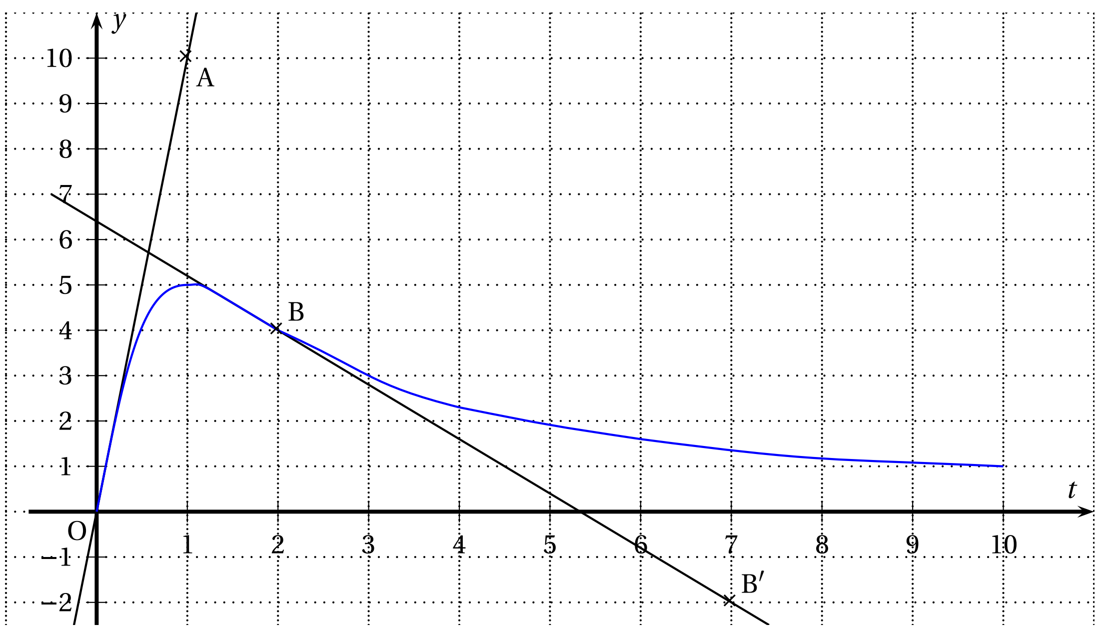
6. Entre 40 et 80 minutes la courbe représentative de la fonction c :

a. est au dessus de toutes ses tangentes ; **b.** est en dessous de toutes ses tangentes ; **c.** traverse l'une de ses tangentes

EXERCICE 4 **5 points**

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la quantité en mg d'un médicament en fonction du temps en heure après injection dans le sang.

On note $f(t)$ cette quantité à l'instant t et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique. On suppose f définie et dérivable sur $[0\,;\,10]$. Les droites (OA) et (BB$'$) sont les tangentes à $\mathscr{C}$ respectivement en O et en B.



1. Lire graphiquement le tableau de variations de la fonction f sur $[0\,;\,10]$.

2. Quelle est la quantité maximale atteinte par f ? A quel instant observe-t-on ce maximum ?

3. La droite (OA) est tangente à la courbe de la fonction f.

A partir d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

Que représente $f'(0)$ pour le médicament injecté, en précisant l'unité.

4. De même, déterminer graphiquement le nombre dérivé $f'(2)$. Quel est son signe ? Qu'est-ce que cela signifie pour la quantité de médicament dans le sang ?

5. Le médicament est efficace à partir de 2 mg. Déterminer graphiquement, à 0,1 près, l'instant à partir duquel le médicament commence à être efficace et celui à partir duquel il cesse de l'être. En déduire sa durée d'efficacité en minutes.
A quel instant faudrait-il refaire une injection du médicament afin d'assurer la continuité de son efficacité ? Expliquer le raisonnement.

EXERCICE 5 **6 points**

A la suite d'une épidémie de gastroentérite dans une région, on a modélisé le nombre de personnes malades, t jours après l'apparition des premiers cas, par la fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;45]$, d'expression :

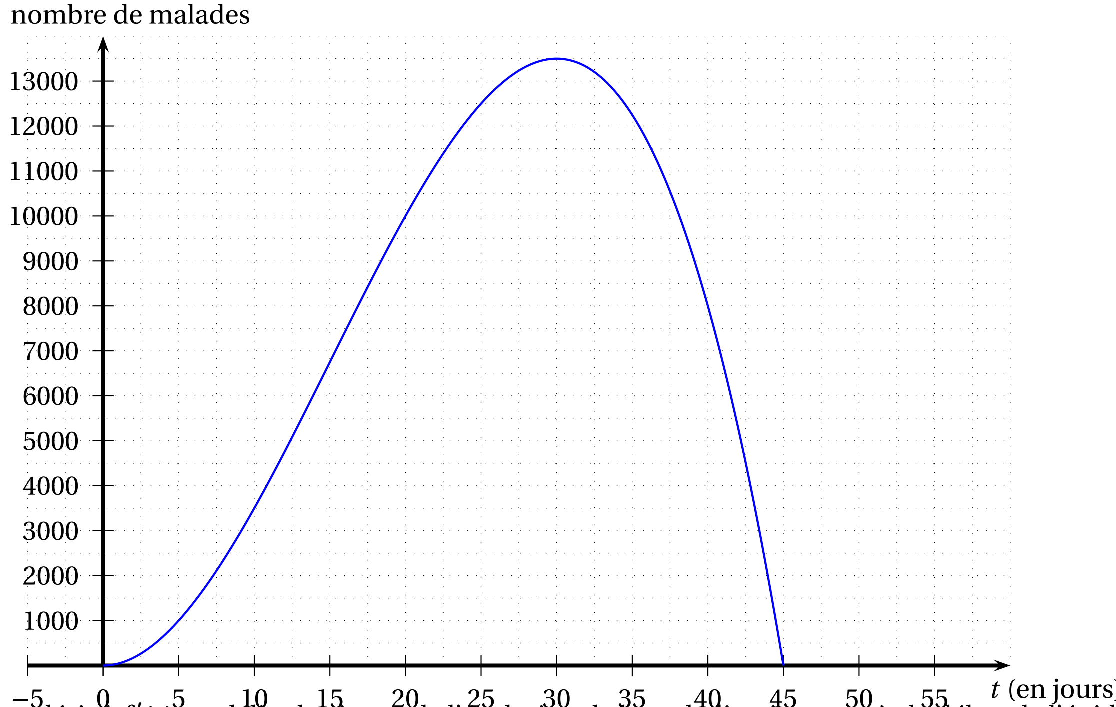
$$f(t) = 45t^2 - t^3.$$

Partie A

1. Montrer que la fonction f' où f' désigne la fonction dérivée de f, est définie sur $[0\,;45]$ par : $f'(t) = 3t(30-t)$.
2. Etudier le signe de f' sur $[0\,;45]$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;45]$.
Combien de jours après le début de cette épidémie le nombre maximal de malades est-il atteint ?

Partie B

On donne la représentation de la fonction f dans le plan muni d'un repère.



Le nombre dérivé $f'(t)$ modélise la vitesse de l'évolution de la maladie t jours après le début de l'épidémie.

1. Déterminer $f'(1)$. Un jour après le début de l'épidémie, quelle est l'augmentation par jour du nombre de malades ?
2. **a.** Compléter le tableau de valeurs suivant :

t	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$f'(t)$									

   b. Combien de jours après le début de l'épidémie la maladie cesse-t-elle de progresser ?
   c. D'après ce tableau, au bout de combien de jours la progression de la maladie semble-t-elle la plus rapide ?
   d. Le nombre dérivé $f'(45)$ a-t-il une signification dans le contexte de cette étude ?