# CHAPITRE 1

# STATISTIQUES À DEUX VARIABLES

## HORS SUJET

**TITRE** : « Larmes »

**AUTEUR** : MAN RAY

**PRÉSENTATION SUCCINTE DE L'AUTEUR** : Man Ray, né Emmanuel Rudzitsky en 1890, à Philadelphie, est un peintre, photographe et réalisateur de films, acteur du dadaïsme à New York, puis du surréalisme à Paris.

Sa carrière commence à New York, avec son ami proche Marcel Duchamp. Ils forment la branche américaine du mouvement Dada. Après quelques expériences artistiques infructueuses, Man Ray conclut que « Dada ne peut pas vivre à New York ».

En 1921 Man Ray arrive à Paris où il rencontre divers surréalistes. Il s'installe dans le quartier du Montparnasse, rencontre et tombe amoureux de la chanteuse française et modèle Kiki de Montparnasse. Man Ray révolutionne l'art photographique.

Avec notamment Max Ernst, Joan Miró et Pablo Picasso, il présente ses oeuvres à la première exposition surréaliste de la galerie Pierre à Paris en 1925. En 1928, il tourne son troisième film Les Mystères du château de Dé.

En 1940, après la défaite de la France, Man Ray s'embarque pour les États-Unis en compagnie du couple Dalí et du cinéaste René Clair. A Hollywood, il reçoit des propositions d'exposition, rencontre une femme, Juliet, et décide de se remettre à peindre.

Man Ray est mort le 18 novembre 1976, à Paris. Inhumé au cimetière du Montparnasse), on peut lire sur sa tombe son épitaphe : « Unconcerned, but not indifferent » (« Détaché, mais pas indifférent »).

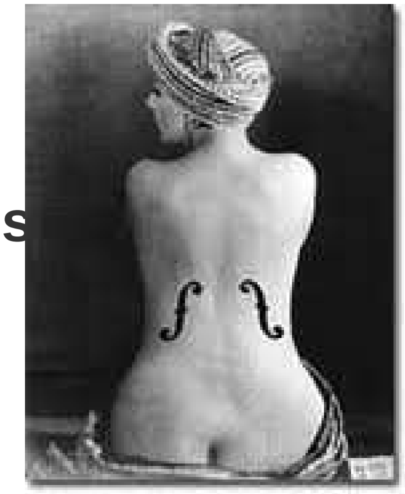
Document réalisé à l'aide de LaTeX
Auteur : C. Aupérin
Site : wicky-math.fr.nf
Lycée : Jules Fil (Carcassonne)

# Table des matières



« *Télécharger c'est tuer l'industrie, tuons les tous* »
THURSTON MOORE (SONIC YOUTH)

LEÇON 1



# Statistiques à deux variables

**Résumé**

Dans ce chapitre vous allez étudier les statistiques portant sur deux caractères simultanément, afin d'étudier leur lien, par le calcul et graphiquement.
Cela sera l'occasion pour vous de réviser ce que vous avez appris les années précédentes sur les droites.

## I) Fréquences conditionnnelles

***Travail de l'élève*** **1.** Activité p 40

Sur une population, on peut étudier plusieurs caractères simultanément (quantitatifs ou qualitatifs), notamment pour voir s'il existe des liens entre eux.
Nous nous contenterons dans ce chapitre d'étudier simultanément deux caractères, notés généralement $A$ et $B$, et prenant respectivement les valeurs $A_1, A_2, \dots, A_n$ et $B_1, B_2, \dots, B_m$.
Dans ce type d'étude, on utilise souvent un tableau à double entrée, car il s'agit d'un moyen pratique pour visualiser l'ensemble des résultats d'une enquête.

**Exemple :**

On peut étudier le sexe et la taille des élèves de cette classe, la taille et le poids, l'âge et le lieu d'habitation ...

**Définition 1 :**

La fréquence conditionnelle de $A_i$ par rapport à $B_j$ (aussi appelée fréquence de $A_i$ sachant $B_j$), notée $f_{B_j}(A_i)$ est la fréquence de $A_i$ dans la population réduite à celle de $B_j$.
On a donc :

$$f_{B_j}(A_i) = \frac{\text{Effectif de } A_i \text{ et } B_j}{\text{Effectif de } B_j}$$

**Remarque :** Dans un tableau à double entrée, il s'agit de diviser l'effectif écrit dans la case « $A_i$ et $B_j$ » par l'effectif écrit dans la case « Total de $B_j$ ».

**Exemple :**

Application p 41

**Exercices du livre :**
1-2-5-6-8-10 p 48 à 50 + 40 p 61

# II) Série statistique à deux variables

## II-1 Série statistique

***Travail de l'élève*** **2.** Activité p 42

Cette fois, on réalise simultanément $N$ observations de deux caractères quantitatifs $x$ et $y$ sur les individus d'une population.
Généralement, les valeurs observées sont consignées dans un tableau de données.

**Définition 2 :**
On appelle série statistique à deux variables $x$ et $y$ l'ensemble des $N$ couples $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ... , $(x_N; y_N)$, où $x_1$ et $y_1$, $x_2$ et $y_2$, ..., $x_N$ et $y_N$ sont les valeurs observées de $x$ et $y$

**Exemple :**
cf p 42

## II-2 Nuage de point ; Point moyen

On munit le plan d'un repère. On considère une série statistique $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ... , $(x_N; y_N)$, à deux variables $x$ et $y$.

**Définition 3 :**
Le nuage de points de cette série est l'ensemble des $N$ points du plan, de coordonnées $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ... , $(x_N; y_N)$.
On note $\bar{x}$ la moyenne des $N$ abscisses et $\bar{y}$ la moyenne des $N$ ordonnées.
Le point moyen du nuage est le point $G$ du plan de coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$.

**Exemple :**
cf p 42

**Exercices du livre :**
Application p 43 + 14 p 51 + 16-17-20 p 52

# III) Ajustement d'un nuage de points

***Travail de l'élève*** **3.** Activité p 44

Le plan est rapporté à un repère. On considère une série statistique $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ... , $(x_N; y_N)$, à deux variables $x$ et $y$.
L'objectif est de rechercher un lien éventuel entre les variables $x$ et $y$, de manière graphique.

### III-1 Principe d'une méthode graphique

La forme d'un nuage de points peut suggérer le tracé d'une courbe usuelle simple, « approchant au plus près » tous les points de ce nuage.
Cela revient à considérer que la variable $y$ peut s'exprimer de façon approchée en fonction de la variable $x$ sous la forme $y = f(x)$, équation de cette courbe d'ajustement.

**Exemple :**

cf p 44

### III-2 Ajustement affine

Lorsque les points du nuage de la série statistique sont approximativement alignés, on peut recherche une droite « approchant au plus près » tous les points de ce nuage.
La variable $y$ peut alors s'exprimer de façon approchée en fonction de la variable $x$ sous la forme $y = mx + p$, équation de cette droite d'ajustement.
Ainsi on estime qu'il existe un lien affine entre $x$ et $y$.

La fonction affine $f$ correspondante, définie par $f(x) = mx + p$, est un ajustement affine de la série statistique.

***Méthodes***

– On peut tracer la droite d'un ajustement au jugé. Par lecture graphique, on peut alors déterminer une équation réduite approximative de cette droite.
En général, on fera passer cette droite par le point moyen de la série.
– Parfois on nous donne l'équation de la droite à tracer, ou alors deux points de la droite, et on n'a donc plus de choix.

**Exemple :**

cf p 44

**Remarque :** Un ajustement permet d'obtenir, dans certaines conditions, des estimations de valeurs de la variable $x$ ou de la variable $y$.

**Exercices du livre :**

Application p 45 + 23-24-26 à 29 p 53 + Annales

# IV) Rappels nécessaires sur les droites

## IV-1 Tracer une droite d'équation donnée

***Travail de l'élève*** **4.** Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
On appelle $d$ la droite d'équation $y = 1.5x - 2$.

**1. Étude de** $d$

**a.** Parmi les couples suivants, indiquer ceux qui appartiennent à l'ensemble $d$ :

$$(1;1) \quad ; \quad (0;-2) \quad ; \quad \left(\frac{2}{3};1\right) \quad ; \quad (1.5;0.25)$$

**b.** Combien de points appartiennent en fait à $d$ ?

**c.** Quel est son coefficient directeur ? Son ordonnée à l'origine ?

**2. Représentation graphique de la droite** $d$

**a.** Combien de points sont nécessaires et suffisants pour construire la droite $d$ ?

**b.** Remplir le tableau ci-contre en choisissant $x$ arbitrairement et calculer la valeur correspondante de $y$.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

**c.** Choisir deux points parmi ceux qui précèdent qui appartiennent à la droite $d$, et la représenter graphiquement dans le repère (unité = 1 cm).

**d.** Faire apparaître sur le graphique l'ordonnée à l'origine de la droite $d$ et son coefficient directeur.

**3. Droites particulières**

Représenter dans le repère précédent les droites ci-dessous puis en donner une équation :

- $d_1$ parallèle à l'axe des abscisses, passant par le point $A(2;3)$
- $d_2$ parallèle à l'axe des ordonnées, passant par le point $A$.
- $d_3$ parallèle à $d$ et passant par l'origine du repère.

**Théorème 1 :**

Toute droite **non parallèle à l'axe des ordonnées** admet une équation du type $y = mx + p$.
Cette équation est appelée *équation réduite* de la droite. Elle est unique.
$m$ est le coefficient directeur et $p$ l'ordonnée à l'origine.
Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a pour équation $x = c$.

**Exemples :**

Soient les droites $D_1$, $D_2$, $D_3$ et $D_4$ d'équations respectives :

$$D_1 : y = -3 + 5x \quad ; \quad D_2 : y = -\frac{4}{5}x - \frac{1}{3} \quad ; \quad D_3 : y = -5x \quad ; \quad D_4 : x = 5$$

***Tracer la représentation graphique de la droite d'équation*** $y = mx + p$

**1. A l'aide des coordonnées de deux points de la droite**

**a.** On trouve les coordonnées de **deux** points distincts de la droite :

– Soit en choisissant une valeur de $x$ au hasard et en calculant la valeur de $y$ correspondante dans l'équation donnée, puis en procèdant de même pour un second point
*Astuce : Choisir des $x$ assez éloignés pour plus de précision graphique.*

– Soit en utilisant la table de valeurs d'une calculatrice (entrer en Y1 la fonction $f(x) = mx + p$).

**b.** On place ces points et on les relie en prolongeant.

**2. A l'aide du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine de la droite**

**a.** On place sur l'axe des ordonnées le point d'ordonnée $p$,

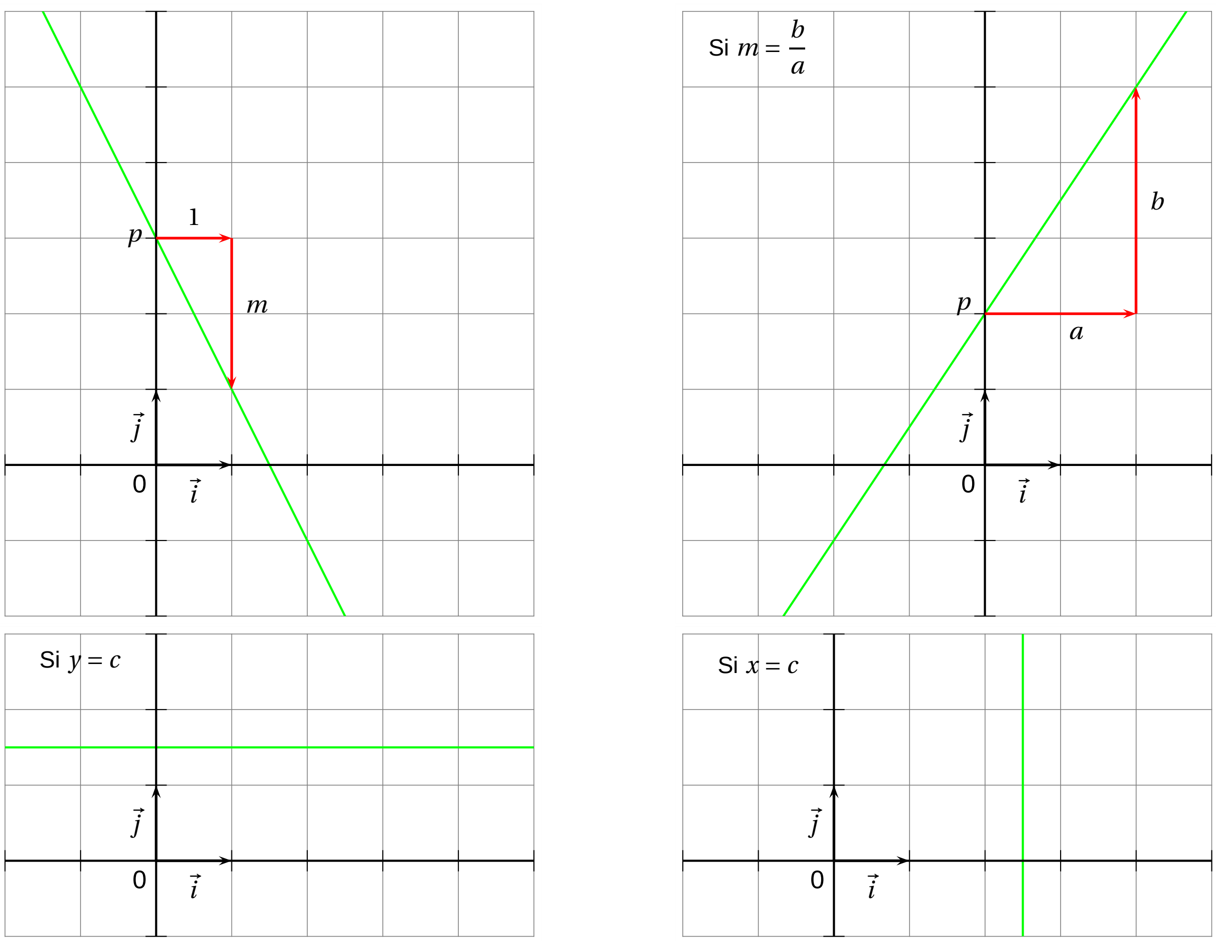
**b.** On construit un deuxième point en utilisant $m$ : on part du point déjà placé, on avance de 1 unité horizontalement et on se déplace de $m$ unité(s) verticalement.
*Astuce : On répète ce processus plusieurs fois de suite, pour avoir des points plus éloignés à relier et donc plus de précision graphique.*

**c.** On relie les points trouvés en prolongeant.

**Remarques :**

– Si la droite a une équation du type $x = c$, elle est parallèle à l'axe des ordonnées (verticale) et passe par n'importe quel point d'abscisse $c$, par exemple le point de coordonnées $(c;0)$

– Si $m = \dfrac{b}{a}$, pour être précis, on avance de $a$ unité(s) horizontalement et on se déplace de $b$ unité(s) verticalement.



**Exercice 1** :

Dans le plan muni un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, construire en variant les méthodes les droites suivantes :

$$D_1 : y = -x+7 \quad ; \quad D_2 : y = 3x-4 \quad ; \quad D_3 : y = -\frac{5}{2}x+7 \quad ; \quad D_4 : x = 3$$

$$D_5 : y = -4 \quad ; \quad D_6 : y = x$$

**Propriété 1 :**

Deux droites du plan non parallèles à l'axe des ordonnées, sont parallèles entre elles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

**Exemple :**

Les droites d'équations réduites $y = 345x-4$ et $y = 345x+79$ sont parallèles.

## IV-2 Trouver l'équation réduite d'une droite

***Déterminer graphiquement l'équation réduite $y = mx+p$ d'une droite***

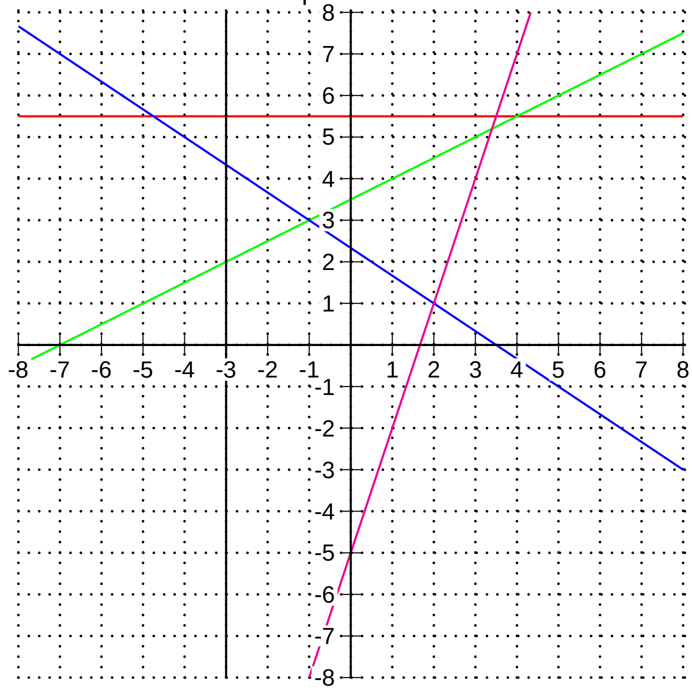
1. L'ordonnée à l'origine $p$ est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées
2. Pour le coefficient directeur $m$ :
   - On choisit deux points distincts de la droite (à coordonnées entières pour faciliter les calculs). Appelons $A$ le point d'abscisse la plus petite (le plus à gauche) et $B$ l'autre.
   - On compte le nombre $a$ d'unités horizontales de $A$ vers $B$ (en avancant)
   - On compte le nombre $b$ d'unités verticales de $A$ vers $B$ (en tenant compte dans le signe de $b$ du fait de monter ou de descendre)
   - Le coefficient directeur de la droite est le nombre $m = \frac{b}{a}$
3. On conclut en donnant l'équation de la droite, dans laquelle on a remplacé $m$ et $p$ par les valeurs trouvées.

***Déterminer par le calcul l'équation réduite $y = mx+p$ d'une droite***

1. On commence par chercher le coefficient directeur $m$ :
   - On choisit deux points distincts $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ de la droite (à coordonnées entières pour faciliter les calculs)
   $$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$
2. Ensuite on trouve l'ordonnée à l'origine en résolvant une équation :
   - On choisit l'un des points de la droite (à coordonnées entières pour faciliter les calculs), par exemple le point $A(x_A; y_A)$ précédent.
   - Dans l'équation générale de la droite $y = mx+p$, on remplace $m$ par la valeur trouvée dans la première étape, $x$ par la valeur $x_A$ et $y$ par la valeur $y_A$.
   - Il ne reste plus qu'une inconnue dans l'équation, il s'agit de $p$, que l'on trouve en résolvant cette équation.
3. On conclut en donnant l'équation de la droite, dans laquelle on a remplacé $m$ et $p$ par les valeurs trouvées.

## Exercice 2 :

Déterminer une équation de chacune des droites représentées ci-dessous :




## Exercice 3 :

Donner les équations réduites des droites passant par $A$ et de coefficient directeur $m$ telles que :

- $A$ confondu avec l'origine du repère et $m = \dfrac{1}{3}$
- $A(1;2)$ et $m = -3$
- $A(2;1)$ et $m = 5$
- $A(1;3)$ et $m = 0$

*On pourra les tracer pour s'aider.*

## Exercice 4 :

Soit $d$ une droite de coeffidient directeur égal à 5. Trouver les équations réduites des parallèles à $d$ :
- passant par l'origine $O$ du repère ;
- d'ordonnée à l'origine égale à 3 ;
- passant par le point $A(2;-3)$.

## Exercice 5 :

Lire les équations réduites des droites des exercices $6-7-8-78-95-99$ p 101.