EXERCICES : ANNALES DE PROBABILITÉS

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau suivant, extrait d'une feuille d'un tableur, donne la répartition du nombre d'élèves de terminale à la rentrée 2008, suivant la filière choisie :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		ST2S	ES	S	L	STG	Autres	TOTAL
2	Nombre de filles	23 107	62 714	74 595	42 392	47 020	9 603	259 431
3	Nombre de garçons	1 538	38 148	87 682	11 541	35 326	39 738	213 973
4	Total	24 645	100 862	162 277	53 933	82 346	49 341	473 404
5	Répartition en pourcentage							

Champ : France-Enseignement et privé, ministère de l'éducation Nationale
Source : Ministère de l'éducation Nationale, Depp

Partie A

1. Quelle formule a été entrée en B4 et recopiée vers la droite pour obtenir les résultats de la ligne 4 ?
2. **a.** Quelle est la proportion d'élèves de ST2S parmi les élèves de terminale (on donnera le résultat à 0,1 % près) ?

   b. La ligne 5 est au format pourcentage. Quelle formule peut-on entrer en B5 et recopier vers la droite pour compléter la ligne 5 ?

Partie B

On rencontre au hasard un élève en terminale à la rentrée 2008.
Soit G l'événement « L'élève rencontré est un garçon » et A l'événement « L'élève rencontré est un élève de ST2S »
Dans la suite les probabilités demandées seront arrondies au millième.

1. Calculer $p(\text{G})$ la probabilité de l'événement G , puis $p(\text{A})$ celle de l'événement A.
2. **a.** Décrire par une phrase l'événement $\text{G} \cap \text{A}$.

   b. Calculer la probabilité de cet événement.
3. Sachant qu'on a rencontré un garçon, quelle est la probabilité qu'il prépare le baccalauréat ST2S ?
4. Calculer la probabilité conditionnelle $p_{\text{A}}\left(\overline{\text{G}}\right)$, où $\overline{\text{G}}$ désigne l'événement contraire de G.

EXERCICE 2 **6 points**

Un laboratoire propose un test de dépistage d'une certaine maladie. Ce test présente les caractéristiques suivantes :

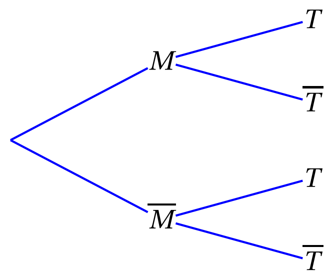
- la probabilité qu'une personne atteinte de cette maladie ait un test positif est de $0,97$;
- la probabilité qu'une personne non atteinte de cette maladie ait un test négatif est de $0,99$.

On souhaite procéder à un dépistage systématique dans une population donnée, au sein de laquelle s'est déclenchée une épidémie. On admet que la proportion de personnes atteintes de la maladie dans cette population est 4 %. On choisit une personne au hasard et on note :

- M l'événement : « la personne choisie est atteinte de la maladie » ;
- T l'événement : « la personne choisie a un test positif » ;

- $\overline{M}$ et $\overline{T}$ les événements contraires respectifs des événements M et T.

1. *Dans cette question, aucune justification n'est demandée.*
   Donner les valeurs respectives des probabilités $P(M)$, $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}\left(\overline{T}\right)$, puis recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'événement $M \cap T$, puis calculer sa probabilité.
3. On admet que le résultat du test est correct s'il est conforme à l'état de santé de la personne soumise au dépistage. Justifier soigneusement l'affirmation suivante : « la probabilité que le résultat du test soit correct est égale à 0,989 2 ».
4. *Dans cette question, on arrondira le résultat à* 10^{-4} *près.*
   On appelle valeur prédictive d'un test de dépistage la probabilité qu'une personne présentant un test positif soit atteinte de la maladie.
   a. Calculer $p(T)$.
   b. En déduire la valeur prédictive de ce test.

EXERCICE 3 **7 points**

Pendant leur année de terminale, des élèves de ST2S d'un lycée ont passé des concours d'entrée dans différentes écoles spécialisées. Chacun de ces élèves n'a présenté qu'un seul concours.

- La moitié d'entre eux ont passé le concours d'entrée dans un institut de formation en soins infirmiers (I. F. S. I.)
- Un cinquième d'entre eux ont passé le concours d'entrée dans une école de préparation au diplôme d'éducateur de jeunes enfants (D. E. E. J. E).
- Le reste des élèves a passé le concours d'entrée dans une école de préparation au diplôme d'éducateur spécialisé (D. E. E. S.).

Voici les résultats à l'issue de ces concours :

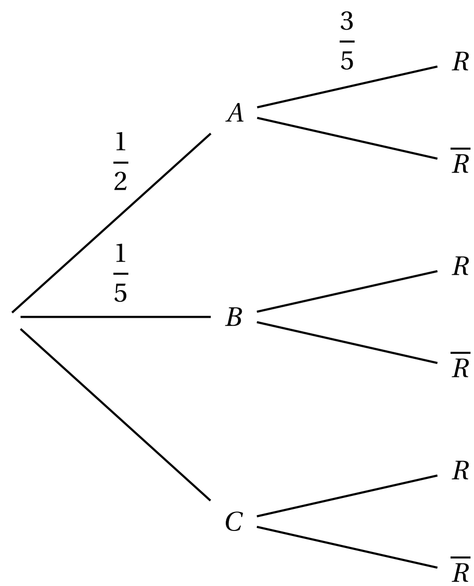
- I. F. S. I. : trois cinquièmes des candidats ont été admis.
- D. E. E. J. E. : un quart des candidats ont été admis.
- D. E. E. S. : un tiers des candidats ont été admis.

On choisit au hasard un élève qui a passé l'un des trois concours. On considère les événements suivants :

- A : « l'élève a passé le concours d'entrée dans un I. F. S. I. »
- B : « l'élève a passé le concours d'entrée dans une école préparant le D. E. E. J. E. »
- C : « l'élève a passé le concours d'entrée dans une école préparant le D. E. E. S. »
- R : « l'élève a été reçu à un concours »
- $\overline{R}$ est l'événement contraire de R.

Pour toutes les questions, les probabilités demandées seront données sous forme d'une fraction irréductible.

1. **a.** Les deux événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifier.
   b. Déterminer la probabilité de l'événement : « l'élève a passé le concours d'entrée dans un I. F. S. I. ou dans une école préparant le D. E. E. J. E. »
2. Recopier et compléter sur la copie, sans justifier, l'arbre de probabilités ci-dessous.



3. Déterminer la probabilité de l'événement : « l'élève a passé le concours d'entrée dans une école préparant le D. E. E. S. et a été reçu ».
4. Montrer que la probabilité de l'événement R est égale à $\dfrac{9}{20}$.
5. On rencontre un élève qui n'a pas été admis. Déterminer la probabilité qu'il ait passé le concours d'entrée dans une école préparant le D. E. E. J. E.

EXERCICE 4 **7 points**

Avant de lancer une nouvelle campagne de sensibilisation, une association humanitaire a étudié comment se sont répartis, en fonction de leur âge, les 400 donneurs de la campagne précédente, ceux-ci étant soit des donneurs occasionnels, soit des donneurs réguliers.

- On compte 70 % de donneurs occasionnels.
- Parmi les donneurs occasionnels, 30 % ont entre 20 et 34 ans.
- Un tiers des donneurs réguliers a entre 35 et 60 ans.
- Parmi les 198 donneurs agés de plus de 60 ans, 26,3 % sont des donneurs réguliers.

1. Compléter le tableau ci-dessous. On arrondira les résultats à l'entier le plus proche.

	Donneurs occasionnels	Donneurs réguliers	Total
De 20 à 34 ans			
De 35 à 59 ans			
60 ans et plus			
Total			400

2. L'association a établi un fichier de ses donneurs. On prélève au hasard une de ces fiches. On notera :

   R l'événement : « la fiche choisie est celle d'un donneur régulier » et $\overline{\text{R}}$ l'événement contraire.

   A l'événement : « la fiche choisie est celle d'un donneur agé de 20 à 34 ans »

   B l'événement : « la fiche choisie est celle d'un donneur agé de 35 à 59 ans »

C l'événement : « la fiche choisie est celle d'un donneur agé de plus de 60 ans ».

a. Calculer $P(\text{B})$.

b. On choisit au hasard une fiche parmi celles de tous les donneurs. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la fiche d'un donneur régulier agé de plus de 60 ans ?

3. On considère $P_{\text{C}}\left(\overline{\text{R}}\right)$.

a. Exprimer cette probabilité par une phrase.

b. La calculer, au millième près.

c. Les événements C et R sont-ils indépendants ?

EXERCICE 5 **7 points**

Partie A : L'indice de masse corporelle d'un individu (IMC) s'obtient par la formule : $\text{IMC} = \dfrac{m}{t^2}$

où m est la masse de l'individu en kilogrammes et t sa taille en mètres.

On dit qu'une personne souffre d'obésité lorsque son indice de masse corporelle est supérieur ou égal à 30.

1. Calculer (à 10^{-1} près) l'indice de masse corporelle d'un individu mesurant 1,75 m et pesant 72 kg.
Cet individu sera-t-il considéré comme obèse ?

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Un individu pèse 90 kg. Sachant qu'il est atteint d'obésité, que peut-on en déduire en ce qui concerne sa taille ?

Partie B : Une étude statistique a porté sur 1 250 personnes agées de 18 à 65 ans. On a dénombré combien d'entre elles souffraient d'obésité et combien étaient atteintes d'une maladie cardio-vasculaire. On a obtenu les résultats suivants :

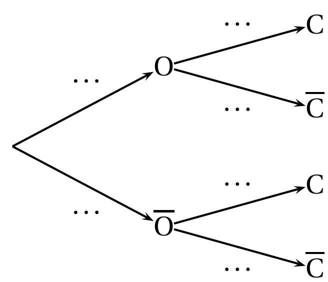
- 150 d'entre elles souffrent d'obésité,
- Parmi ces 150 personnes souffrant d'obésité, 27 sont atteintes d'une maladie cardiovasculaire,
- Parmi les personnes ne souffrant pas d'obésité, 7 % sont atteintes d'une maladie cardiovasculaire.

On interroge une personne prise au hasard parmi les 1 250 sur lesquelles a porté l'étude.
On note O l'événement : « la personne interrogée souffre d'obésité » et C l'événement : « la personne interrogée est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire ».
On rappelle les notations usuelles : A et B étant deux événements non vides, on note

$\overline{\text{A}}$ l'événement contraire de l'événement A.
$p(\text{A})$ la probabilité d'un événement A.
$p_{\text{B}}(\text{A})$ la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

Pour cette partie, les probabilités seront données sous forme décimale.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant :



2. **a.** Donner $p(\text{O})$ et $p_{\text{O}}(\text{C})$.

b. Calculer $p(\text{O} \cap \text{C})$.

c. Calculer la probabilité que la personne interrogée soit atteinte d'une maladie cardiovasculaire sans souffrir d'obésité.

3. Calculer la probabilité que la personne interrogée soit atteinte d'une maladie cardiovasculaire.

4. Sachant que la personne interrogée est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire, quelle est la probabilité qu'elle souffre d'obésité ? Donner un arrondi à 10^{-4} près.