EXERCICES : ANNALES SUR LES DÉRIVÉES

EXERCICE 1 **9 points**

Partie A

Le ministère de la santé charge une agence de publicité de faire une campagne de promotion pour un nouveau remède. Une étude prouve que la fréquence $f(t)$ de personnes connaissant le nom de ce remède après t semaines de publicité est donnée par :

$$f(t) = \frac{3t}{3t+2} \quad \text{avec } t \geqslant 0.$$

1. Calculer $f(2)$.
2. En déduire le pourcentage de personnes qui ignorent le nom de ce remède au bout de deux semaines.
3. Comment peut-on interpréter la valeur de l'image de 0 par f ?

Partie B

Une représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ est donnée en annexe dans un repère orthogonal.

Unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

1. On admet que f est dérivable sur $[0\,;\,18]$ et que sa dérivée est donnée par $f'(t) = \dfrac{6}{(3t+2)^2}$.
   Etudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\,18]$.
2. Calculer le nombre dérivé de f en $t = 1$.
3. T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1. Quel est son coefficient directeur ?
4. Tracer T sur la feuille annexe (à rendre avec la copie).
5. Tracer les droites D d'équation $y = 0,90$ et D' d'équation $y = 0,95$.
   Déterminer graphiquement le nombre de semaines de campagne nécessaires pour que 90 % de la population connaisse le nom du remède.
   Combien de semaines sont nécessaires pour passer de 90 % à 95 % ?
   On laissera les traits de construction apparents.
6. Le ministère a décidé d'arrêter la campagne au bout de six semaines. Justifier ce choix.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[70\,;\,160]$ par la relation : $f(x) = -0,25x^2 + 60x - 2775$.

1. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	70	100	120	130	160
$f(x)$				800	

2. La fonction f admet sur l'intervalle $[70\,;\,160]$ une fonction dérivée. On note f' cette fonction.
   a. Calculer $f'(x)$ pour x élément de l'intervalle $[70\,;\,160]$.
   b. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[70\,;\,160]$.
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[70\,;\,160]$

Partie B

Suite à l'installation d'une nouvelle antenne relais dans leur ville, les habitants d'un quartier, résidant à une distance comprise entre 70 mètres et 160 mètres de cette antenne, demandent une étude sur l'exposition aux champs électromagnétiques.
Ils font procéder à des mesures du champ électromagnétique généré par l'antenne.
On admet que, pour la zone concernée par l'étude, le nombre $f(x)$ défini dans la partie A représente le champ électromagnétique* mesuré en un point, en fonction de la distance x de ce point à l'antenne.

(*) Le champ électromagnétique est mesuré par sa composante électrique appelée « champ électrique » et exprimée en millivolts par mètre (mV.m^{-1}), la distance est exprimée en mètres (m).

La courbe représentative de la fonction f, dans un repère orthogonal du plan, est donnée en annexe (à rendre avec la copie).

1. Déterminer graphiquement l'ensemble des valeurs du champ électrique auquel sont soumis les habitants de ce quartier. On donnera le résultat sous la forme d'un intervalle.
2. Les associations de riverains recommandent une exposition inférieure ou égale à 600 mV.m^{-1}. Déterminer graphiquement les distances pour lesquelles ce seuil est respecté.

EXERCICE 3 **7 points**

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires trimestriels en milliers d'euros d'un fabriquant de vêtements et accessoires de protection dans le secteur de la santé pour les années 2007 et 2008 (on rappelle qu'une année civile compte 4 trimestres)

	2007				2008			
Rang du trimestre x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires y_i (en milliers d'euros)	330	325	305	290	282	285	260	238

Par exemple, au troisième trimestre 2007, le chiffre d'affaires était de 305 000 € alors qu'au premier trimestre 2008, il était de 282 000 €.

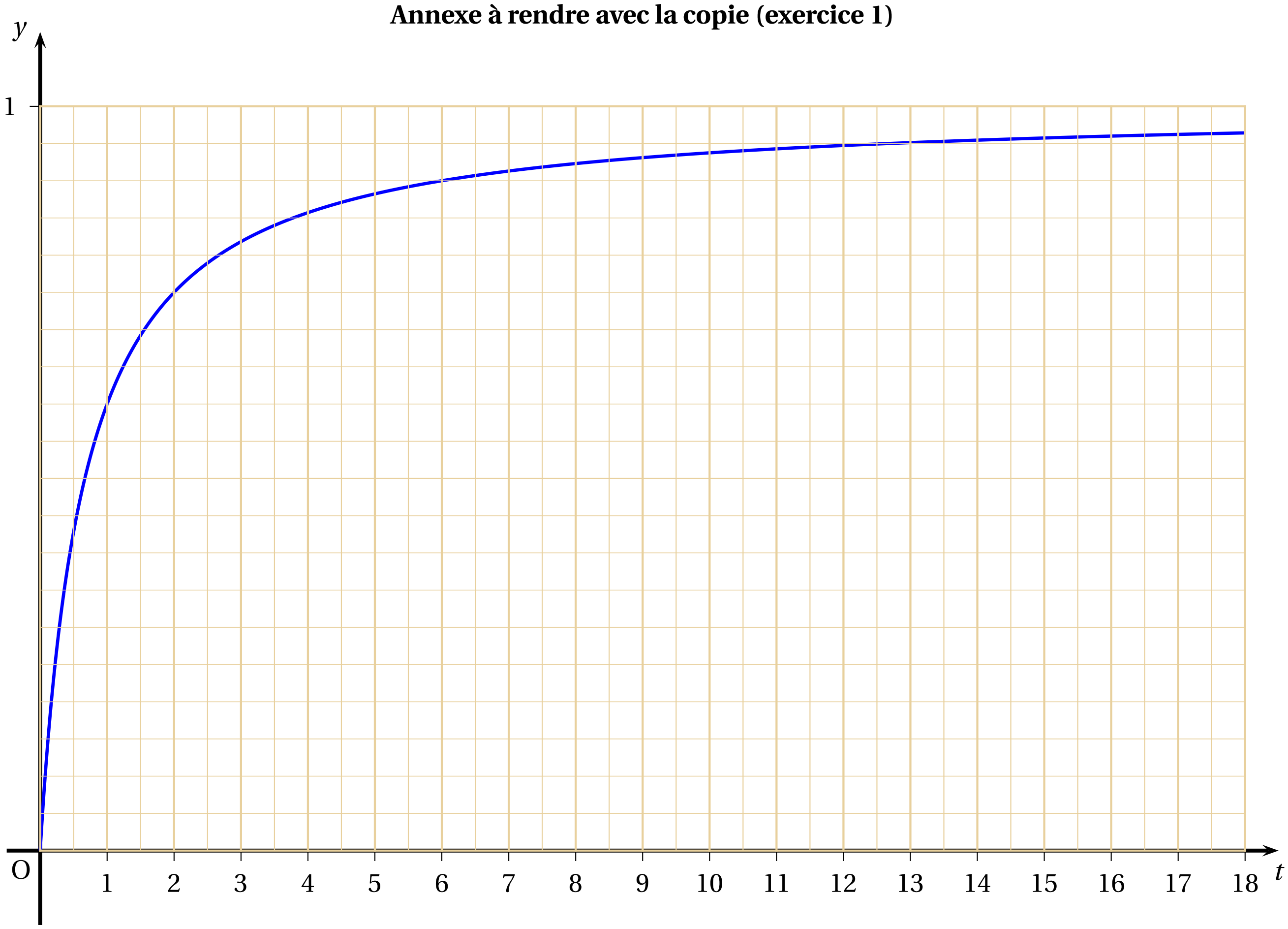
1. Sur le papier millimétré, construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$. On prendra comme échelle 1 cm par trimestre sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées, en commenéant à graduer à 200.
2. Ajustement affine : On suppose que le nuage de points peut étre ajusté par la droite (d) d'équation $y = -12x + 344$.
   a. Tracer la droite (d) sur le graphique.
   b. En utilisant cet ajustement, quel chiffre d'affaires pouvait-on prévoir pour le troisième trimestre de l'année 2009 ?
3. En réalité, du fait de la propagation du virus H1N1, la très forte demande de masques de protection a fortement modifié l'évolution du chiffre d'affaires de l'entreprise à partir de 2009.
   On considère que, pour tout trimestre de rang supérieur ou égal à 9, le chiffre d'affaires en milliers d'euros pour ce trimestre est donné par la fonction C définie sur $[9\ ;\ +\infty[$ par :
   $$C(x) = 0,8x^2 - 14,4x + 289,8.$$
   a. Calculer $C(9)$, et en déduire le chiffre d'affaires que l'entreprise a réalisé au premier trimestre 2009.
   b. Calculer $C'(x)$, où C' est la fonction dérivée de C sur l'intervalle $[9\ ;\ +\infty[$.

c. Déduire de la question précédente le sens de variation de la fonction C sur l'intervalle $[9\,;\,+\infty[$. Que peut-on en conclure en ce qui concerne le chiffre d'affaires de l'entreprise ?

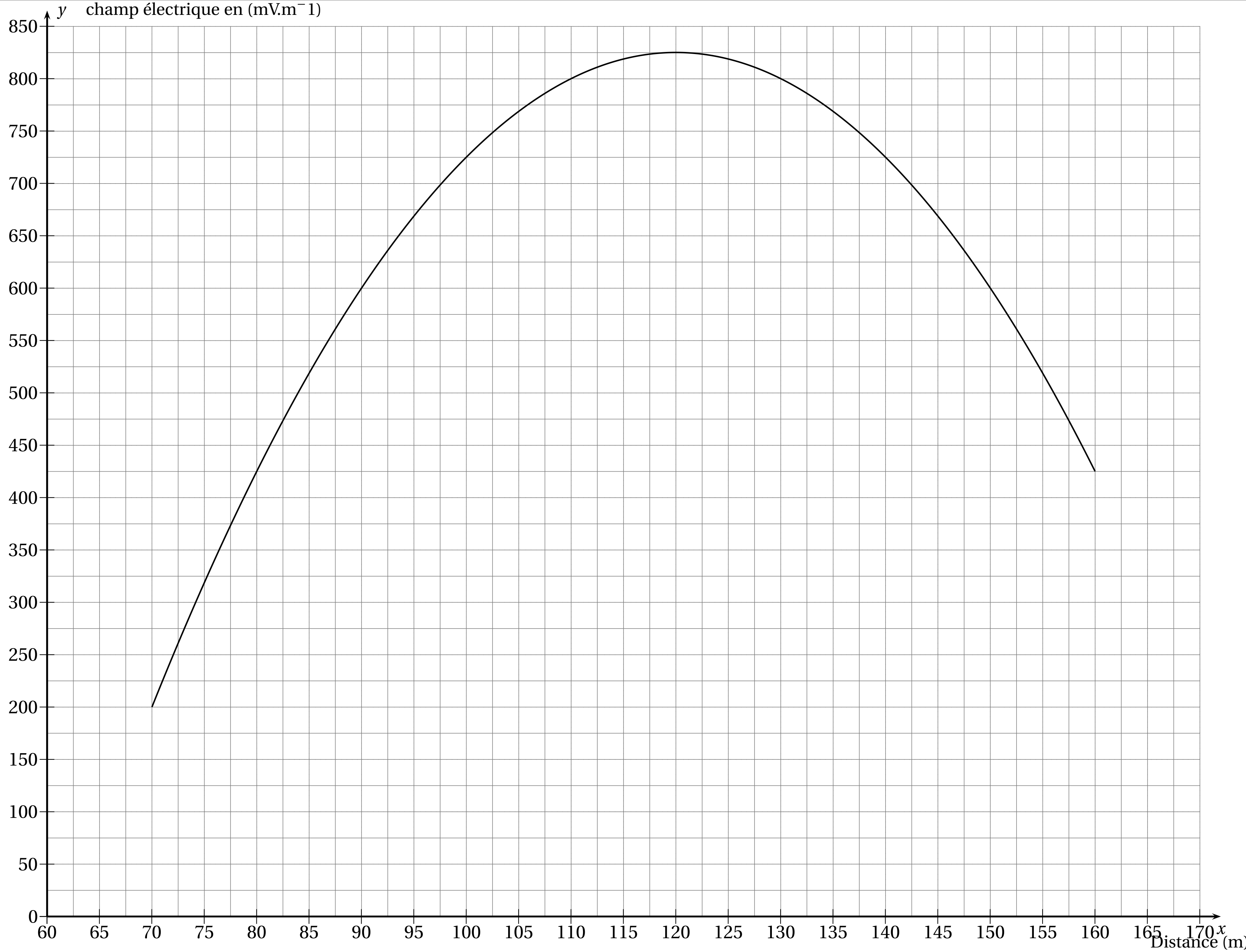
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Si l'évolution du chiffre d'affaires se poursuit comme décrit à la question précédente, en quelle année et à partir de quel trimestre peut-on prévoir un chiffre d'affaires de l'entreprise supérieur à celui du premier trimestre 2007 ?

Annexe à rendre avec la copie (exercice 1)



Annexe à rendre avec la copie (exercice 2)


y champ électrique en (mV.m^{-}1)
850
800
750
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
60 65 70 75 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160 165 170
x
Distance (m)