EXERCICES : ANNALES SUR LES SUITES ET TAUX

EXERCICE 1 **8 points**

On s'intéresse à l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes vivants en France métropolitaine.

L'évolution de cette espérance de vie, entre 1996 et 2006, est présentée dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	Année	Espérance de vie à la naissance des hommes		Espérance de vie à la naissance des femmes	
2	1996	74,1		82,0	
3	1997	74,5	0,4	82,3	
4	1998	74,8		82,4	+ 0,12 %
5	1999	75,0	0,2	82,5	+ 0,12 %
6	2000	75,3	0,3	82,8	+ 0,36 %
7	2001	75,5	0,2	82,9	+ 0,12 %
8	2002	75,7	0,2	83,0	+ 0,12 %
9	2003	75,9	0,2	82,9	- 0,12 %
10	2004	76,7	0,8	83,8	+ 1,09 %
11	2005	76,8	0,1	83,8	+ 0,00 %
12	2006	77,2	0,4	84,2	+ 0,48 %
13		Moyenne :	0,31	Moyenne :	+ 0,27 %

Source : Insee

On se propose de modéliser cette évolution pour les hommes et les femmes afin de déterminer une estimation de leur espérance de vie en 2011.

Partie A :

1. On a entré dans la cellule C3, la formule $\boxed{\text{=B3 - B21}}$ puis on a recopié vers le bas cette formule.
   Quelle formule obtient-on dans la cellule C4 ? Quel est le résultat affiché dans cette cellule ?
2. Quelle formule a été utilisée pour obtenir dans la cellule C13 la moyenne des valeurs entrées dans la plage C3 : C12 ?
3. On suppose alors qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des hommes augmente de 0,3 année par an. Pour n entier positif, on note U_n l'espérance de vie à la naissance des hommes en $2006+n$. On a donc $U_0 = 77,2$. On admet que la suite (U_n) est arithmétique de raison $r = 0,3$.
   a. Exprimer U_n en fonction de n.
   b. Déterminer alors une estimation de l'espérance de vie à la naissance des hommes en 2011.

Partie B :

1. Dans la cellule E3, on a entré la formule $\boxed{\text{=(D3-D2)/D2}}$.
   a. Calculer la valeur qui apparaît dans la cellule E3 (format pourcentage arrondi à 0,01 % près).
   b. Interpréter ce résultat par rapport à la situation donnée.
2. On suppose qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des femmes augmente de 0,27 % par an. Pour n entier positif, on note V_n l'espérance de vie à la naissance des femmes en $2006+n$. On a donc $V_0 = 84,2$.
   a. Justifier le fait, que tout entier naturel n, $V_{n+1} = 1,0027V_n$. Quelle est la nature de la suite (V_n) ?
   b. Exprimer V_n en fonction de n.

c. Déterminer alors une estimation de l'espérance de vie à la naissance des femmes en 2011 en utilisant la suite (V_n). On arrondira à $0,1$ près,

3. *Dans cette question. toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer la première année, qui selon ce modèle, correspondant à une espérance de vie à la naissance supérieure ou égale à 86 ans pour les femmes .

EXERCICE 2 **6 points**

« En 1994, la Caisse Nationale d'Assurance-Maladie (CNAM) a recensé 689 cas reconnus de décès liés à l'amiante soit six fois plus qu'en 1983.

Selon l'Association pour l'étude des risques du travail (Alert), on dénombre en France chaque année entre 2 000 et 3 000 décès liés à l'amiante ; l'amiante pourrait alors tuer jusqu'à 150 000 personnes d'ici à 2020. »

(*Source : site MEDCOST*)

L'objectif de l'exercice est de vérifier si cette dernière affirmation est exacte.

1. Combien de cas ont été recensés en 1983 ? Le résultat sera arrondi à l'unité.

2. On suppose que 3 000 décès sont liés à l'amiante chaque année à partir de 1995.

On note u_0 le nombre de décès liés à l'amiante en 1994 (donc $u_0 = 689$) et on note u_n le nombre total de décès liés à l'amiante survenus de l'année 1994 jusqu'à l'année $(1994 + n)$ incluse, où n est un entier naturel.

a. Vérifier que $u_2 = 6689$. Que représente u_2 en termes de décès ?

b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
En déduire la nature de la suite (u_n) ; on précisera le premier terme et la raison.

c. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 689 + 3000n$.

3. Voici un extrait d'une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur, utilisée pour visualiser le nombre total de décès liés à l'amiante de l'année 1994 à l'année $(1994 + n)$, où n est un entier naturel.

Quelle formule peut-on écrire dans la cellule C3 pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

	A	B	C
1	Année	n	u_n
2	1994	0	689
3	1995	1	
4	1996	2	
5	1997	3	
6	1998	4	
7	1999	5	
8	2000	6	
9	2001	7	
10	2002	8	
11	2003	9	
12	2004	10	
13	2005	11	
14	2006	12	
15	2007	13	
16	2008	14	
17	2009	15	
18	2010	16	

4. *Dans cette question, toute prise d'initiative, même non aboutie, sera valorisée.*
L'affirmation suivante, énoncée en 1994, selon laquelle « on dénombre en France chaque année entre 2 000 et 3 000 décès liés à l'amiante : l'amiante pourrait alors tuer jusqu'à 150 000 personnes d'ici à 2020 » est-elle justifiée ? Expliquer la réponse.

EXERCICE 3 **7 points**

Le tableau ci-dessous donne les effectifs des médecins au 31 décembre 1990 et au 31 décembre 2002 :

	A	B	C	D	E
1	Année	1990	2002		
2					
3	Effectif des médecins				
4	Total	177 470	205 185		
5	dont : médecine générale	93 387	100 541		
6	spécialités médicales	48 033	57 127		
7	spécialités chirurgicales	21 393	24 528		
8	psychiatrie	11 897	13 727		
9	biologie médicale	1 950	3 109		
10	santé publique et travail	800	6 153		
11					
12					

Champ : France métropolitaine

Source : ministère de la Santé, de la Jeunesse et des Sports

1. On voudrait connaître l'évolution, en pourcentage, de ces effectifs entre 1990 et 2002.
   a. Quel est le taux d'évolution, donné en pourcentage, de l'effectif total des médecins, entre 1990 et 2002 ?
   Le résultat sera donné à $0,1\,\%$ *prés.*
   b. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D4, puis recopier vers le bas, pour obtenir les taux d'évolution des effectifs des différentes catégories de médecins ?
   c. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   En supposant que l'effectif total des médecins augmente du même pourcentage chaque année entre 1990 et 2002, déterminer le taux d'évolution annuel de cet effectif.
2. On sait qu'en moyenne, de 2002 à 2008, l'effectif total des médecins a augmenté de 0,7 % par an. On modélise cette évolution par une suite ; on désigne par u_n l'effectif total des médecins pour l'année $(2002+n)$. Ainsi $u_0 = 205185$.
   a. Calculer la valeur de u_1 (le résultat sera arrondi à l'unité).
   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,007u_n$.
   c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   Exprimer u_n en fonction de n.
   d. En supposant que cette modélisation reste valable jusqu'en 2010, A combien peut-on estimer le nombre total de médecins en 2010, arrondi à l'unité ?

EXERCICE 4 **7 points**

Un laboratoire pharmaceutique souhaite tester le temps de réaction d'un nouvel antibiotique contre le bacille de Koch responsable des tuberculoses. Pour cela, on dispose d'une culture de 10^{10} bactéries dans laquelle on introduit l'antibiotique. On remarque que le nombre de bactéries est divisé par quatre toutes les heures.

Partie A

On a créé la feuille de calcul suivante donnant le nombre de bactéries en fonction du temps n en heures.

	A	B
1	Nombre d'heures n	Nombre de bactéries
2	0	10 000 000 000
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	

1. Quelle formule va-t-on entrer dans la cellule B3, pour calculer le nombre de bactéries au bout d'une heure, de sorte qu'en recopiant cette formule vers le bas on puisse compléter les lignes suivantes ?
2. On a recopié la formule ci-dessus jusqu'en B18.
   - **a.** Quelle formule se trouve en B18 ?
   - **b.** Que représente concrètement la valeur calculée dans cette cellule ?

Partie B

On note u_0 le nombre de bactéries au moment de l'introduction de l'antibiotique. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, la suite représentant le nombre de bactéries, contenues dans la culture, n heures après l'introduction de l'antibiotique.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $0,25$.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Calculer au bout de combien d'heures le nombre de bactéries deviendra inférieur à 100.

EXERCICE 5 Le gérant d'un parc d'attractions note chaque année le nombre de visiteurs. Il obtient les résultats suivants :

Année	2005	2006	2007
Nombre de visiteurs	400	460	529

On note u_0 le nombre de visiteurs en 2005, u_1 le nombre de visiteurs en 2006 et u_2 le nombre de visiteurs en 2007.

1. **a.** Les nombres u_0, u_1 et u_2 forment-ils une suite arithmétique ?
   b. Les nombres u_0, u_1 et u_2 forment-ils une suite géométrique ?
   Le gérant du parc veut prévoir des installations supplémentaires pour répondre à la demande croissante du nombre de visiteurs.
   Il estime que chaque année le nombre de visiteurs va augmenter de 15 %. Soit u_n le nombre de clients en $(2005+n)$.
2. **a.** Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison 1,15. Exprimer u_n en fonction de n.
   b. Calculer le nombre de visiteurs que l'on peut ainsi prévoir en 2010.
   c. Si l'évolution se poursuit ainsi combien de personnes auront visité le parc d'attractions entre le 1er janvier 2005 et le 31 décembre 2015 ?

On rappelle que : si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q (avec q différent de 1), alors la somme des $(n+1)$ premiers termes de la suite (u_n) est $u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

3. On veut vérifier les résultats précédents en utilisant un tableur :

	A	B	C
1	Année	Rang n	Nombre de visiteurs
2	2005	0	400
3	2006	1	460
4	2007	2	529
5	2008	3	
6	2009	4	
7	2010	5	
8	2011	6	
9	2012	7	
10	2013	8	
11	2014	9	
12	2015	10	

a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule C5 pour compléter la colonne C jusqu'à la ligne 12 en recopiant cette formule vers le bas ?

b. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule C13 pour obtenir le nombre total de visiteurs entre 2005 et 2015 ?

Comparer le résultat écrit dans cette cellule avec celui de la question 2. c.

ANNALES SUR LES SUITES ET TAUX

EXERCICE 1 — 8 points

On s'intéresse à l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes vivants en France métropolitaine.

L'évolution de cette espérance de vie, entre 1996 et 2006, est présentée dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	Année	Espérance de vie à la naissance des hommes		Espérance de vie à la naissance des femmes	
2	1996	74,1		82,0	
3	1997	74,5	0,4	82,3	
4	1998	74,8		82,4	+ 0,12 %
5	1999	75,0	0,2	82,5	+ 0,12 %
6	2000	75,3	0,3	82,8	+ 0,36 %
7	2001	75,5	0,2	82,9	+ 0,12 %
8	2002	75,7	0,2	83,0	+ 0,12 %
9	2003	75,9	0,2	82,9	- 0,12 %
10	2004	76,7	0,8	83,8	+ 1,09 %
11	2005	76,8	0,1	83,8	+ 0,00 %
12	2006	77,2	0,4	84,2	+ 0,48 %
13		Moyenne :	0,31	Moyenne :	+ 0,27 %

Source : Insee

On se propose de modéliser cette évolution pour les hommes et les femmes afin de déterminer une estimation de leur espérance de vie en 2011.

Partie A :

1. On a entré dans la cellule C3, la formule $\boxed{\text{=B3 - B2}}$ puis on a recopié vers le bas cette formule.

   Quelle formule obtient-on dans la cellule C4 ? Quel est le résultat affiché dans cette cellule ?

2. Quelle formule a été utilisée pour obtenir dans la cellule C13 la moyenne des valeurs entrées dans la plage C3 : C12 ?

3. On suppose alors qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des hommes augmente de 0,3 année par an. Pour n entier positif, on note U_n l'espérance de vie à la naissance des hommes en $2006 + n$. On a donc $U_0 = 77,2$. On admet que la suite (U_n) est arithmétique de raison $r = 0,3$.

a. Exprimer U_n en fonction de n.

b. Déterminer alors une estimation de l'espérance de vie à la naissance des hommes en 2011.

Partie B :

1. Dans la cellule E3, on a entré la formule $\boxed{\text{=(D3-D2)/D2}}$.

   a. Calculer la valeur qui apparaît dans la cellule E3 (format pourcentage arrondi à 0,01 % près).

   b. Interpréter ce résultat par rapport à la situation donnée.

2. On suppose qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des femmes augmente de 0,27 % par an. Pour n entier positif, on note V_n l'espérance de vie à la naissance des femmes en $2006+n$. On a donc $V_0 = 84,2$.

   a. Justifier le fait, que tout entier naturel n, $V_{n+1} = 1{,}0027V_n$. Quelle est la nature de la suite (V_n) ?

   b. Exprimer V_n en fonction de n.

   c. Déterminer alors une estimation de l'espérance de vie à la naissance des femmes en 2011 en utilisant la suite (V_n). On arrondira à $0,1$ près,

3. *Dans cette question. toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Déterminer la première année, qui selon ce modèle, correspondant à une espérance de vie à la naissance supérieure ou égale à 86 ans pour les femmes .

EXERCICE 2 — 6 points

« En 1994, la Caisse Nationale d'Assurance-Maladie (CNAM) a recensé 689 cas reconnus de décès liés à l'amiante soit six fois plus qu'en 1983.

Selon l'Association pour l'étude des risques du travail (Alert), on dénombre en France chaque année entre 2 000 et 3 000 décès liés à l'amiante ; l'amiante pourrait alors tuer jusqu'à 150 000 personnes d'ici à 2020. »

(*Source : site MEDCOST*)

L'objectif de l'exercice est de vérifier si cette dernière affirmation est exacte.

1. Combien de cas ont été recensés en 1983 ? Le résultat sera arrondi à l'unité.

2. On suppose que 3 000 décès sont liés à l'amiante chaque année à partir de 1995.

On note u_0 le nombre de décès liés à l'amiante en 1994 (donc $u_0 = 689$) et on note u_n le nombre total de décès liés à l'amiante survenus de l'année 1994 jusqu'à l'année $(1994 + n)$ incluse, où n est un entier naturel.

a. Vérifier que $u_2 = 6\,689$. Que représente u_2 en termes de décès ?

b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

En déduire la nature de la suite (u_n) ; on précisera le premier terme et la raison.

c. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 689 + 3\,000n$.

3. Voici un extrait d'une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur, utilisée pour visualiser le nombre total de décès liés à l'amiante de l'année 1994 à l'année $(1994 + n)$, où n est un entier naturel.

Quelle formule peut-on écrire dans la cellule C3 pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

	A	B	C
1	Année	n	u_n
2	1994	0	689
3	1995	1	
4	1996	2	
5	1997	3	
6	1998	4	
7	1999	5	
8	2000	6	
9	2001	7	
10	2002	8	
11	2003	9	
12	2004	10	
13	2005	11	
14	2006	12	
15	2007	13	
16	2008	14	
17	2009	15	
18	2010	16	

4. *Dans cette question, toute prise d'initiative, même non aboutie, sera valorisée.*

L'affirmation suivante, énoncée en 1994, selon laquelle « on dénombre en France chaque année entre 2 000 et 3 000 décès liés à l'amiante : l'amiante pourrait alors tuer jusqu'à 150 000 personnes d'ici à 2020 » est-elle justifiée ? Expliquer la réponse.

EXERCICE 3 **7 points**

Le tableau ci-dessous donne les effectifs des médecins au 31 décembre 1990 et au 31 décembre 2002 :

	A	B	C	D	E
1	Année	1990	2002		
2					
3	Effectif des médecins				
4	Total	177 470	205 185		
5	dont : médecine générale	93 387	100 541		
6	spécialités médicales	48 033	57 127		
7	spécialités chirurgicales	21 393	24 528		
8	psychiatrie	11 897	13 727		
9	biologie médicale	1 950	3 109		
10	santé publique et travail	800	6 153		
11					
12					

Champ : France métropolitaine

Source : ministère de la Santé, de la Jeunesse et des Sports

1. On voudrait connaître l'évolution, en pourcentage, de ces effectifs entre 1990 et 2002.

  a. Quel est le taux d'évolution, donné en pourcentage, de l'effectif total des médecins, entre 1990 et 2002 ?

  Le résultat sera donné à $0,1\,\%$ *prés.*

  b. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D4, puis recopier vers le bas, pour obtenir les taux d'évolution des effectifs des différentes catégories de médecins ?

  c. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

  En supposant que l'effectif total des médecins augmente du même pourcentage chaque année entre 1990 et 2002, déterminer le taux d'évolution annuel de cet effectif.

2. On sait qu'en moyenne, de 2002 à 2008, l'effectif total des médecins a augmenté de 0,7 % par an. On modélise cette évolution par une suite ; on désigne par u_n l'effectif total des médecins pour l'année $(2002 + n)$. Ainsi $u_0 = 205\,185$.

a. Calculer la valeur de u_1 (le résultat sera arrondi à l'unité).

b. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,007u_n$.

c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
Exprimer u_n en fonction de n.

d. En supposant que cette modélisation reste valable jusqu'en 2010, A combien peut-on estimer le nombre total de médecins en 2010, arrondi à l'unité ?

EXERCICE 4 **7 points**

Un laboratoire pharmaceutique souhaite tester le temps de réaction d'un nouvel antibiotique contre le bacille de Koch responsable des tuberculoses. Pour cela, on dispose d'une culture de 10^{10} bactéries dans laquelle on introduit l'antibiotique. On remarque que le nombre de bactéries est divisé par quatre toutes les heures.

Partie A

On a créé la feuille de calcul suivante donnant le nombre de bactéries en fonction du temps n en heures.

	A	B
1	Nombre d'heures n	Nombre de bactéries
2	0	10 000 000 000
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	

1. Quelle formule va-t-on entrer dans la cellule B3, pour calculer le nombre de bactéries au bout d'une heure, de sorte qu'en recopiant cette formule vers le bas on puisse compléter les lignes suivantes ?

2. On a recopié la formule ci-dessus jusqu'en B18.

a. Quelle formule se trouve en B18 ?

b. Que représente concrètement la valeur calculée dans cette cellule ?

Partie B

On note u_0 le nombre de bactéries au moment de l'introduction de l'antibiotique. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, la suite représentant le nombre de bactéries, contenues dans la culture, n heures après l'introduction de l'antibiotique.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $0,25$.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Calculer au bout de combien d'heures le nombre de bactéries deviendra inférieur à 100.

EXERCICE 5 Le gérant d'un parc d'attractions note chaque année le nombre de visiteurs. Il obtient les résultats suivants :

Année	2005	2006	2007
Nombre de visiteurs	400	460	529

On note u_0 le nombre de visiteurs en 2005, u_1 le nombre de visiteurs en 2006 et u_2 le nombre de visiteurs en 2007.

1. **a.** Les nombres u_0, u_1 et u_2 forment-ils une suite arithmétique ?

   b. Les nombres u_0, u_1 et u_2 forment-ils une suite géométrique ?

   Le gérant du parc veut prévoir des installations supplémentaires pour répondre à la demande croissante du nombre de visiteurs.

   Il estime que chaque année le nombre de visiteurs va augmenter de 15 %. Soit u_n le nombre de clients en $(2005+n)$.

2. **a.** Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison 1,15. Exprimer u_n en fonction de n.

   b. Calculer le nombre de visiteurs que l'on peut ainsi prévoir en 2010.

   c. Si l'évolution se poursuit ainsi combien de personnes auront visité le parc d'attractions entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 2005 et le 31 décembre 2015 ?

3. On veut vérifier les résultats précédents en utilisant un tableur :

   a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule C5 pour compléter la colonne C jusqu'à la ligne 12 en recopiant cette formule vers le bas ?

   b. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule C13 pour obtenir le nombre total de visiteurs entre 2005 et 2015 ?

   Comparer le résultat écrit dans cette cellule avec celui de la question 2. c.