EXERCICES : VARIATIONS

Exercice 1 :

Corriger les incohérences des éléments suivants sur une fonction f (on corrigera toujours le tableau de variations) puis dessiner une courbe représentative de f compatible avec vos informations.

x	-6	-2	0	1	2	5
Variations de f	5		3			2
				-1		
		1			-4	

x	-6		1		3		5
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On sait de plus : $f(-1) = 2$ et $f(4) = 1$

Même question pour une fonction g :

x	-4	-2	0	1	3
Variations de g		-2		3	
	-5		-1		2

x	-4		0.5		3
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

On sait de plus : $g(-3) = -6$ et $g(2) = 4$

Exercice 2 :

Etablir un tableau de signes de la fonction f compatible avec son tableau de variations donné.

x	-6	-3	-2	-1.5	1	2.7	4
Variations de f	$\|\|$				3		1
		5		1			
			-2			-2	

Exercice 3 :

Soit z la fonction définie par $z(x) = \dfrac{3}{x-3}$.

1. Quel est son ensemble de définition ?
2. Après avoir tracer cette fonction sur votre calculatrice, décrire les variations de z (par des phrases).
3. Résumer cela dans un tableau de variations de z.
4. Rajouter une ligne au tableau pour décrire le signe de z.

Exercice 4 :

1. Dresser le tableau de variations de la fonction « carré » à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

$$x^2 \leq 3 \qquad x^2 \geq 2 \qquad 1 \leq x^2 \leq 5$$

Exercice 5 :

1. Dresser le tableau de variations de la fonction « inverse » à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

$$\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq 1 \qquad -1 \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{4} \qquad -\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$$

Exercice 6 :

Soit la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = -(x-2)^2 + 3$
2. En déduire le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Tracer la courbe représentative de f sur $[-2;5]$
4. Compléter le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	0	$\cdots$	10	$+\infty$
Variations de f					

5. Grâce à ce tableau de variation, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$
6. Grâce à la courbe résoudre graphiquement cette équation.
7. Par dichotomie, donner un encadrement à 10^{-2} de ces solutions.
8. Retrouver ces nombres par le calculs
9. Vérifier la cohérence des trois méthodes.

Exercice 7 :

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 3$ et $f(-2) = -1$

1. Peut-on en déduire que f est croissante sur $[-2;1]$?
2. On sait de plus que f est une fonction affine. Peut-on alors connaitre son sens de variation sur $\mathbb{R}$?
3. Retrouver l'expression de f.

Mêmes questions pour une fonction g affine telle que $g(-2) = 9$ et $g(3) = -11$.

Exercice 8 :

1. Dans un repère, tracer la droite passant par $A(2;-1)$ et $B(3;5)$.
   Trouver le coefficient directeur puis l'ordonnée à l'origine de la droite (AB). En déduire l'expression de la fonction affine représentée par cette droite.
2. Même question pour les points $C(-1,2)$ et $D(3;-1)$.
3. Trouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD). *Vérifier graphiquement.*

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 1$.

1. Trouver les images de 0 et de -2 par la fonction f.
2. Calculer $f\left(\frac{4}{3}\right)$.
3. Trouver les éventuels antécédents de 0 et -2 par la fonction f.
4. Résoudre $f(x) = \frac{4}{3}$.
5. Tracer la représentation graphique de f dans un repère orthonormé et contrôler graphiquement les résultats précédents.