EXERCICES : LECTURES GRAPHIQUES PLUS OU MOINS INTELLIGENTES

Exercice 1 :

1. Tracer la courbe représentative de la fonction $x \longmapsto x^2$.

2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

a. $x^2 \leq 3$ **b.** $x^2 \geq 2$ **c.** $1 \leq x^2 \leq 5$

Exercice 2 :

1. Tracer sur votre calculatrice la courbe représentative de la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$.

2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

a. $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq 1$ **b.** $-1 \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{4}$ **c.** $-\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

Exercice 3 :

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x \qquad g(x) = x^3 - 3x \qquad h(x) = x - 3$$

1. Etablir à la calculatrice un tableau de valeurs pour les trois fonctions, allant de -2 à 4, de pas 0.5.

2. Tracer dans un même repère orthogonal les représentations graphiques $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ respectivement des fonctions f, g et h sur $[-2;4]$.
Unités graphiques : 2 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées.

3. Est-il vrai que le point de coordonnées $(0.5;-1.3)$ appartient à $\mathscr{C}_g$? Justifier.

4. Etablir les tableaux de signes de f, g et h (on factorisera éventuellement les expressions).

5. À l'aide des graphiques, déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_h$

6. Comparaison des fonctions f et g :

- **a.** À l'aide du graphique, déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$
- **b.** Pour avoir plus de précision, on se propose de retrouver ces résultats par le calcul :
  - i. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$
  - ii. En déduire, par le calcul, les coordonnées des points A et B d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$
- **c.** Sur quel(s) intervalle(s) a-t-on $f \leq g$?

Exercice 4 :

On donne la fonction h définie par $h(x) = (x+3)^2 - 4$.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction h ?

2. Tracer la courbe représentative de la fonction h sur $[-6;0]$ (unité graphique : 1 cm sur chaque axe).

3. Factoriser $h(x)$ et vérifier que, pour tout $x \in D_h$, on a $h(x) = (x+1)(x+5)$.

4. Développer la forme 1 et vérifier que, pour tout $x \in D_h$, on a $h(x) = x^2 + 6x + 5$

5. En choisissant la forme la plus appropriée de h, répondre aux questions suivantes :

- **a.** Calculer l'image de 0 puis celle de -3 par h.
- **b.** Calculer la valeur exacte de $h(\sqrt{2})$ (calculs détaillés).
- **c.**
  - i. Déterminer par le calcul les éventuels antécédents de 0 par h.
  - ii. En déduire le tableau de signe de h et résoudre $h(x) \leq 0$.
- **d.**
  - i. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -4 par h.
  - ii. En déduire alors à l'aide du graphique les solutions de $h(x) \geq -4$
- **e.**
  - i. Déterminer s'ils existent, les antécédents de 5 par h.
  - ii. En déduire alors à l'aide du graphique les solutions de $h(x) \geq 5$

Exercice 5 :

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 2x^2 - x + 1$ et $g(x) = \dfrac{3x+1}{2x-1}$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? Celui de g ?
2. **Boucle Si**.
   - **a.** Que fait l'algorithme 1 ?
   - **b.** Ecrire un algorithme similaire pour la fonction g (en prenant soin de traiter à part le cas de la valeur interdite)
3. **Boucle Pour.**
   - **a.** Que fait l'algorithme 2 ?
   - **b.** Ecrire un algorithme qui donne un tableau de valeurs de g, pour x allant de -2 à 3, avec un pas de 0.5 (avec pour réponse « valeur interdite » quand nécessaire).

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie sur $[-2;4]$ par :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si} \quad x \in [-2;1] \\ -x^2+1 & \text{si} \quad x \in]1;4] \end{cases}$$

1. Ecrire un algorithme qui permette de calculer l'image par f d'un nombre x.
2. Construire la courbe représentative de f.

Exercice 7 :

On considère l'algorithme 3 :

1. Faire fonctionner cet algorithme pour $x = -2$, $x = 1$ et $x = 3$.
2. Cet algorithme définit une fonction f.
   - **a.** Donner l'ensemble de définition de f.
   - **b.** Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   - **c.** Représenter graphiquement la fonction f.

Algorithme 1 :

Variables
x, y et a sont des nombres réels

Début
Entrer x et y
a prend la valeur $2x^2 - x + 1$
Si ($y == a$) **Alors**
Afficher « Le point $(x; y)$ appartient à la courbe représentative de f »
Sinon
Afficher « Le point $(x; y)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f »
Fin Si
Fin

Algorithme 2 :

Variables
x, y et i sont des nombres réels

Début
Entrer x
Pour $i = -3$ **à** 5 **Faire**
y prend la valeur $2x^2 - x + 1$
Afficher $(x; y)$
i prend la valeur $i + 1$
Fin Pour
Fin

Algorithme 3 :

Variables
x et y sont des nombres réels

Début
Entrer x
Si ($x < 1$) **Alors**
$y \leftarrow x^2$
Sinon
$y \leftarrow 2x$
Fin Si
Afficher y
Fin