EXERCICES : LA TÊTE DANS LES ÉTOILES

Exercice 1 :

On a écrit un algorithme à l'aide du logiciel Algobox. Voici ce qui a été saisi :

```
VARIABLES
  Rayon EST_DU_TYPE NOMBRE
  Hauteur EST_DU_TYPE NOMBRE
  Volume EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  AFFICHER "Entrer le rayon"
  LIRE Rayon
  AFFICHER "Entrer la hauteur"
  LIRE Hauteur
  Volume PREND_LA_VALEUR Math.PI*pow(Rayon,2)*Hauteur/3
  AFFICHER "Le Volume est égal à "
  AFFICHER Volume
FIN_ALGORITHME
```

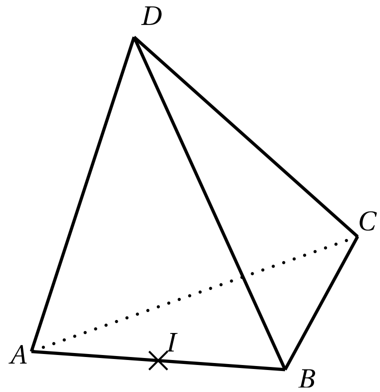
1. Que fait cet algorithme ?
2. Quelles sont les variables en entrée ?
3. Quelles sont les variables en sortie ?
4. En s'inspirant de l'exercice précédent, écrire un algorithme affichant :
   a. Le volume d'une boule lorsque l'on saisit le rayon ;
   b. L'aire latérale totale d'un cylindre de révolution lorsque l'on saisit le rayon du disque de base et la hauteur.

Exercice 2 :

$ABCD$ est un tétraèdre et I est le milieu de $[AB]$.
Compléter les phrases mathématiques suivantes à l'aide des symboles

$$\subset, \quad \in, \quad \notin, \quad \not\subset$$

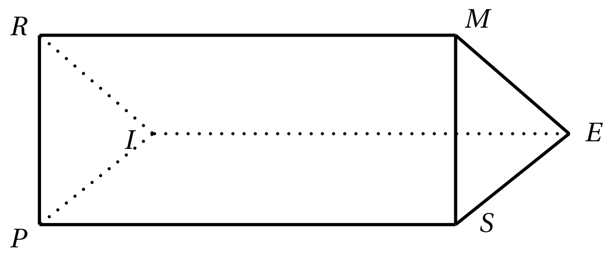
1. $I \ldots (AB)$
2. $B \ldots (CDI)$
3. $(CI) \ldots (ABC)$
4. $D \ldots (BI)$
5. $(AB) \ldots (CBA)$
6. $(DI) \ldots (BCI)$
7. $B \ldots (ADI)$
8. $B \ldots (IA)$



Exercice 3 :

PRISME est un prisme droit à base triangulaire.
Déterminer les positions relatives :

1. des droites (RE) et (MI).
2. des droites (PI) et (EM).
3. de la droite (EM) et du plan (IPS).
4. de la droite (SR) et du plan (PMR).
5. du plan (IRP) et du plan (IEM).



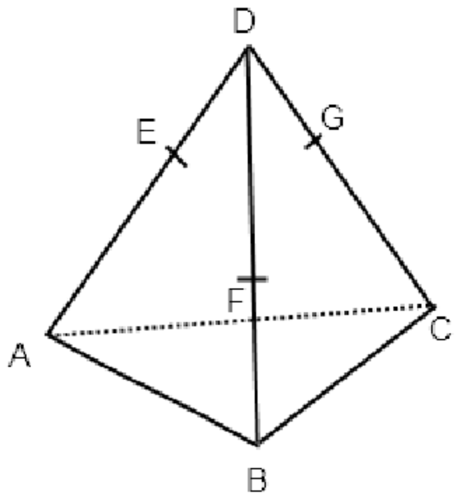
Exercice 4 :

$ABCDE$ est une pyramide, dont la base $BCDE$ est un quadrilatère tel que (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.

I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[AC]$. K est le point du segment $[AD]$ tel que $AK = \frac{3}{4}AD$.

1. Déterminer la position relative :
   - **a.** des droites (IJ) et (BC)
   - **b.** des droites (JK) et (CD)
2. Déterminer l'intersection :
   - **a.** de la droite (JK) et du plan (BCD)
   - **b.** des plans (ABC) et (ADE).

Exercice 5 :

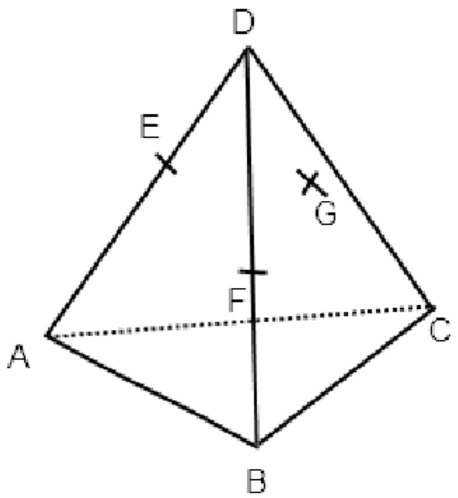


On considère le tétraèdre $ABCD$ et E, F, G trois points tels que $E \in [AD]$, $F \in [BD]$ et $G \in [CD]$, comme sur la figure ci-dessus.

Nous allons chercher à dessiner l'intersection du plan (EFG) avec chacune des faces du tétraèdre.

1. Quelle est l'intersection de la face ABD et du plan (EFG) ?
2. Quelle est l'intersection de la face BCD et du plan (EFG) ?
3. Quelle est l'intersection de la face ACD et du plan (EFG) ?
4. Quelle sont les positions relatives des droites :
   - (EF) et (AB) ?
   - (GF) et (CB) ?
5. En notant I l'intersection entre (EF) et (AB) et J celle entre (GF) et (CB), expliquer pouquoi la droite d'intersection entre les plans (EFG) et (ABC) est la droite (IJ).

Exercice 6 :

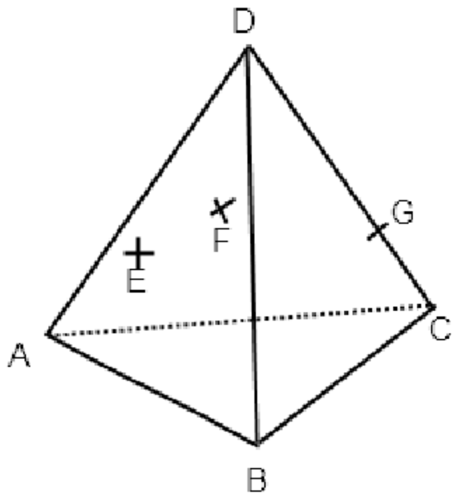


On considère le tétraèdre $ABCD$ et E, F, G trois points tels que $E \in [AD]$, $F \in [BD]$ et $G \in (BCD)$, comme sur la figure ci-contre.

Nous allons chercher à dessiner l'intersection du plan (EFG) avec chacune des faces du tétraèdre $ABCD$.

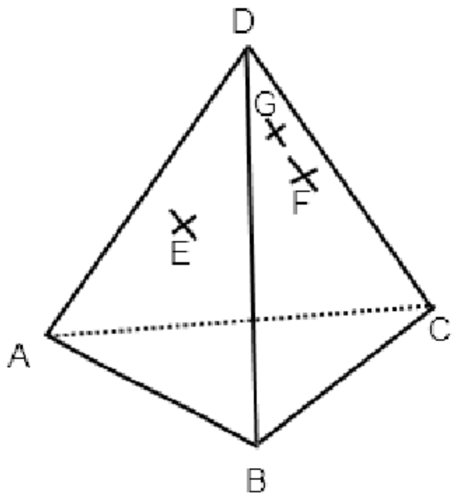
1. Quelle est l'intersection de la face ABD et du plan (EFG) ?
2. Quelle est l'intersection de la face BCD et du plan (EFG) ? (Créer un point si besoin)
3. Quelle est l'intersection de la face ACD et du plan (EFG) ?

Exercice 7 :



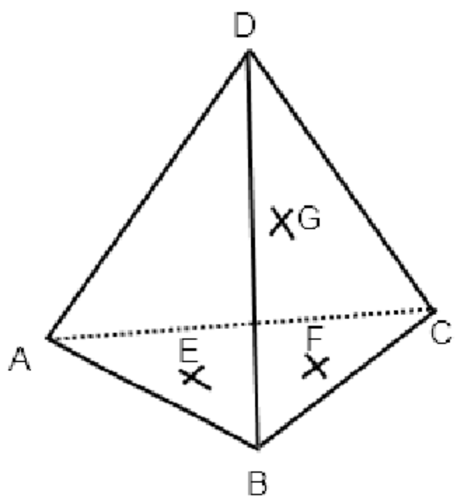
On considère le tétraèdre $ABCD$ et E, F, G trois points tels que E et F sont dans (ABD) et $G \in [CD]$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du tétraèdre par le plan (EFG).

Exercice 8 :



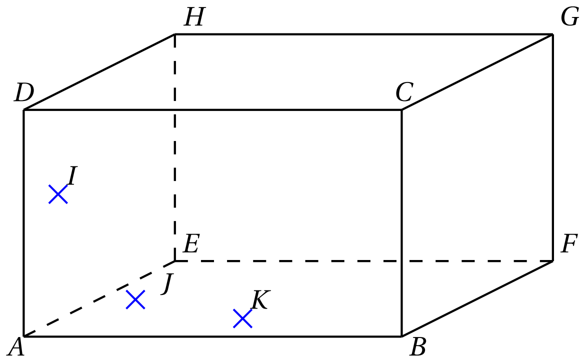
On considère le tétraèdre $ABCD$ et E, F, G trois points tels que E et F sont dans (ACD) et $G \in (BCD)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du tétraèdre par le plan (EFG).

Exercice 9 :



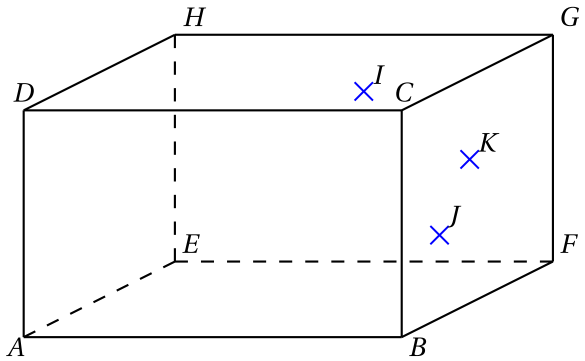
On considère le tétraèdre $ABCD$ et E, F, G trois points tels que E et F sont dans (ABC) et $G \in (BCD)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du tétraèdre par le plan (EFG).

Exercice 10 :



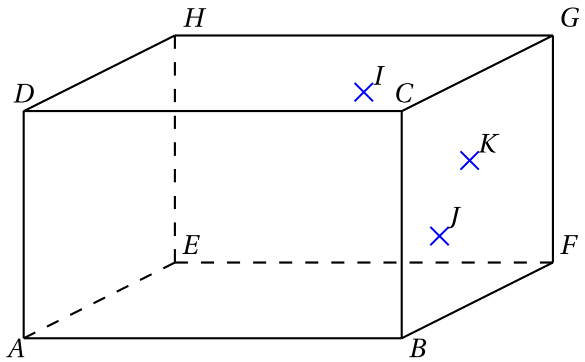
On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que J et K sont dans (ABE) et $I \in (ADE)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

Exercice 11 :



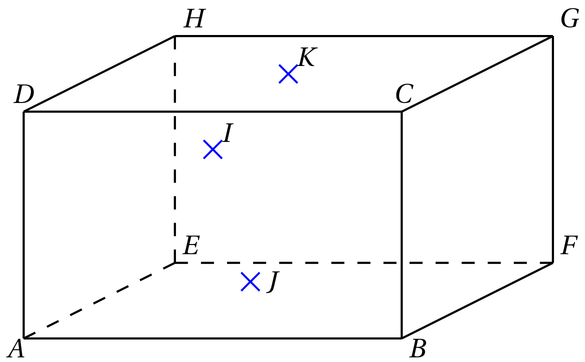
On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que J et K sont dans (BFG) et $I \in (CDH)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

Exercice 12 :



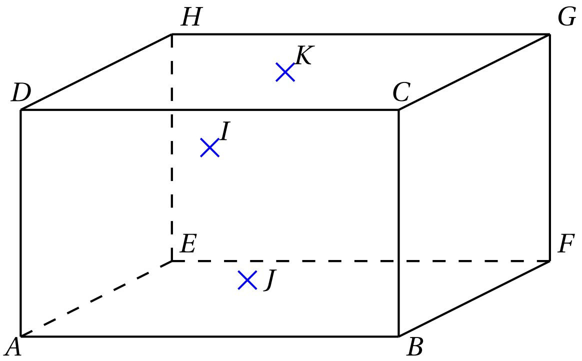
On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que J et K sont dans (EFG) et $I \in (CDH)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

Exercice 13 :



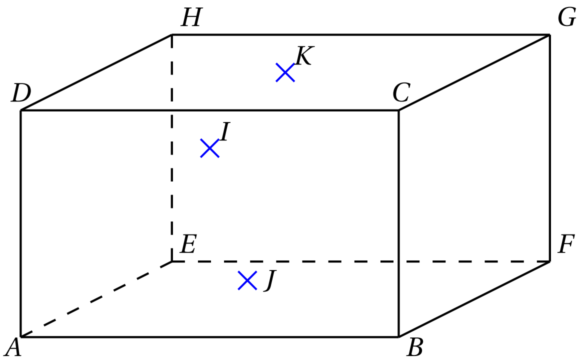
On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que I et J sont dans (ABC) et $K \in (DCG)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

Exercice 14 :



On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que I et J sont dans (ABC) et $K \in (EFG)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

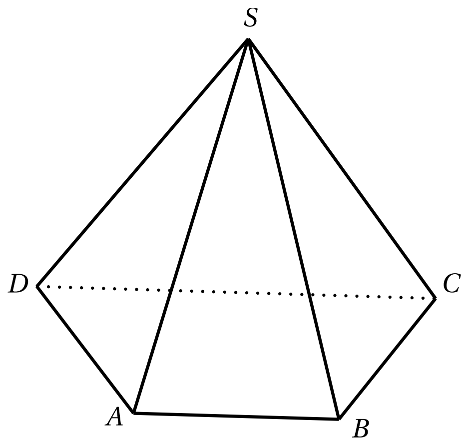
Exercice 15 : Pour les experts



On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et les points I, J, K tels que I et K sont dans (EFG) et $K \in (ABF)$, comme sur la figure ci-contre.
Dessiner la section du parallélépipède par le plan (IJK).

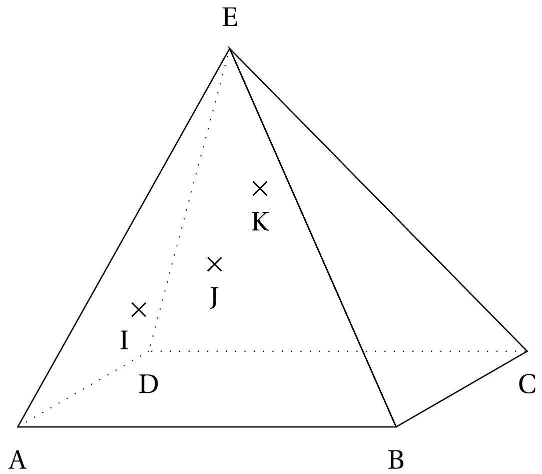
Exercice 16 :

$SABCD$ est une pyramide dont la base $ABCD$ est un trapèze tel que $(AB)//(CD)$.
Démontrer que la droite (CD) est parallèle au plan (SAB).



Exercice 17 :

On considère une pyramide de base $ABCD$ et de sommet principal E, et I et J deux points de la face ABE et K un point de la face CDE, comme sur la figure ci-contre.
On se propose de tracer l'intersection de (IJK) et de $(ABCDE)$.



1. Pouvez-vous le faire sans indication supplémentaire ?

2. **a.** Caractériser l'intersection (Δ) des plans (ABE) et (CDE).
La tracer.

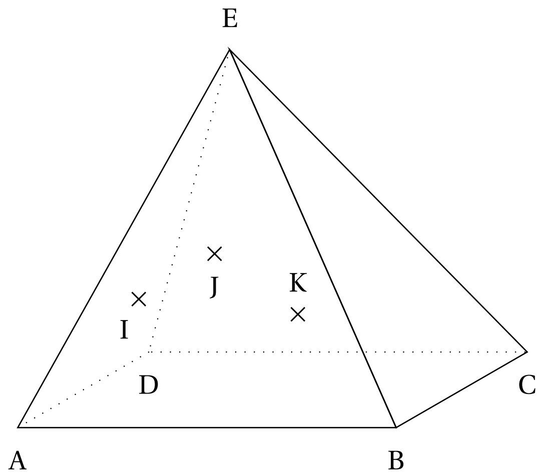
b. Placer $L = (IJ) \cap (\Delta)$. Donner trois plans auxquels L appartient.

c. En déduire $(IJK) \cap (CDE)$.

3. Tracer l'intersection de (IJK) et de la pyramide.

Exercice 18 : Pour les experts

On considère une pyramide de base $ABCD$ et de sommet principal E, et I et J deux points de la face ABE et K un point de la face CDE, comme sur la figure ci-contre.
On se propose de tracer l'intersection de (IJK) et de $(ABCDE)$.



1. Pouvez-vous le faire sans indication supplémentaire ?

2. **a.** Caractériser l'intersection (Δ) des plans (ABE) et (CDE).
La tracer.

b. Placer $L = (IJ) \cap (\Delta)$. Donner trois plans auxquels L appartient.

c. En déduire $(IJK) \cap (CDE)$. La tracer

3. **a.** Placer $M = (IJ) \cap (ABC)$.

b. En déduire $(IJK) \cap (ABC)$.

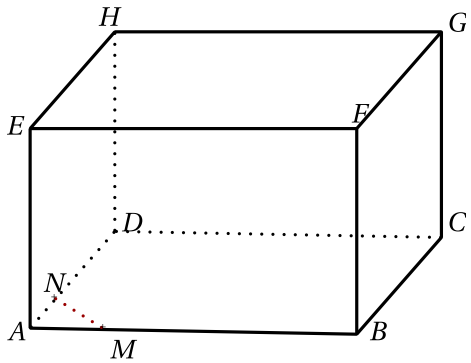
4. Tracer l'intersection de (IJK) et de la pyramide.

Exercice 19 :

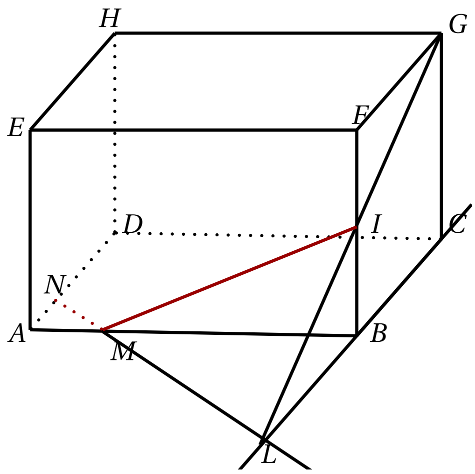
Soit $ABCDEFGH$ un pavé droit. Soit N et M deux points respectivement situés sur les arêtes $[AD]$ et $[AB]$. Tracer la section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (MNG) à l'aide du logiciel géogébra.

Voici les différentes étapes :

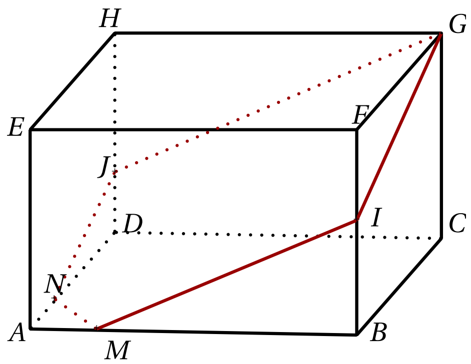
1. **Trace du plan** (MNG) **sur la face** $ABCD$
   M et N sont deux points communs aux plans (ABC) et (MGN).
   L'intersection de ces deux plans est donc la droite (MN), et la trace du plan (MGN) sur la face $ABCD$ est donc le segment $[MN]$. (en pointillés rouge sur la figure).



2. **Trace du plan** (MNG) **sur les faces** $BCGF$ **et** $ABFE$**.**
   Le point G est commun aux plans (MNG) et (BCG). Il suffit de trouver un second point commun aux deux plans.
   $(MN) \subset (MGN)$ et $(BG) \subset (BCG)$ donc le point d'intersection de (MN) et (BC) appartient à la fois aux plans (MNG) et $(BCG$. Appelons L ce point. On en déduit que l'intersection des plans (MNG) et (BCG) est la droite (GL).
   Soit I le point d'intersection de (GL) et (BF) : les segments $[GI]$ et $[MI]$ sont les traces du plan (MNG) sur les faces $BCGF$ et $ABFE$ respectivement (en traits pleins rouge sur la figure).



3. **Traces du plan** (MNG) **sur les faces** $CGHD$ **et** $ADHE$
   Les plans (ADH) et (BCG) sont parallèles. Le plan (MGN) coupe le plan (BCG) selon la droite (GI). On en déduit que (MGN) coupe (ADH) selon une droite parallèle à (GI).
   $N \in [AD] \subset (ADH)$ donc $N \in (ADH)$.
   De plus, par définition $N \in (MGN)$. N appartient donc à l'intersection des plans (MGN) et (ADH).
   On en déduit que l'intersection de ces deux plans est la droite parallèle à (GI) passant par N.
   Cette droite coupe l'arête $[DH]$ en un point J : les segments $[NJ]$ et $[JG]$ sont donc les traces du plan (MNG) sur les faces $ADHE$ et $CGHD$ respectivement (en traits pointillés rouge sur la figure).



4. **Section du pavé** $ABCDEFGH$ **par le plan** (MGN)**.**
   La section du pavé par le plan (MGN) est donc le pentagone $MIGJN$.