DEVOIR SURVEILLÉ 5 : TRIGONOMÉTRIE (1H)

Exercice 1 : 3 points

1. Convertir $\frac{\pi}{5}$ en degrés.
2. Convertir $230°$ en radians, puis donner la mesure principale de cet angle.

Exercice 2 : 4 points

ABC est un triangle rectangle isocèle en A, tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

La bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$ coupe le côté $[AB]$ en D.

1. Faire un schéma codé de la situation
2. Donner la mesure principale des angles $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$ et $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})$. *(Inutile de justifier)*
   Pour les questions suivantes, on détaillera les étapes, en utilisant les propriétés sur les angles orientés de vecteurs. Une réponse utilisant les degrés ou les angles géométriques ne rapportera aucun point !!
3. Calculer la mesure principale de $(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC})$.
4. Calculer une mesure de $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{DC})$.

Pour les deux exercices suivants, on dessinera au moins un cercle trigonométrique par question, afin de justifier les réponses et on détaillera les calculs lorsqu'il y en a.

Exercice 3 : 4 points

1. Exprimer en fonction de $\cos(x)$ et/ou $\sin(x)$, le réel suivant : $A = \sin(\pi - x) - \sin(-x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
2. **a.** On donne $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{5}\right)$
   b. Montrer que $\sin^2\left(\frac{7\pi}{5}\right) = \frac{5+\sqrt{5}}{8}$.
   c. En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{7\pi}{5}\right)$

Exercice 4 : 9 points

1. **a.** Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right)$.
   b. Donner ensuite les solutions de cette équation sur $\mathbb{R}$, puis les solutions dans $[0;2\pi[$.
2. **a.** Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   b. En déduire les solutions de l'inéquation $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $]-\pi;\pi]$.
   c. Donner ensuite les solutions de cette inéquation dans $[-2\pi;3\pi[$.
3. On a interrogé le logiciel de calcul formel XCAS en entrant la ligne suivante :

```
solve(2*sin(x)^2-sin(x)-1=0,x)
```

   a. Que demande-t-on au logiciel ?
   b. Trouver les trois nombres réels que le logiciel renvoie.