

EXERCICES : PROBABILITÉS DISCRÈTES (VARIABLES ALÉATOIRES)

EXERCICE 1

5 points

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 contenant des boules indiscernables au toucher.

U_1 contient k boules blanches (k entier naturel supérieur ou égal à 1) et 3 boules noires.

U_2 contient 2 boules blanches et une boule noire.

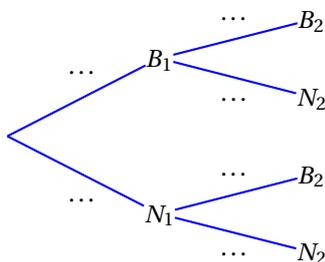
On tire une boule au hasard dans U_1 et on la place dans U_2 . On tire ensuite, au hasard, une boule dans U_2 . L'ensemble de ces opérations constitue une épreuve.

On note B_1 (respectivement N_1) l'événement « on a tiré une boule blanche (resp. noire) dans l'urne U_1 ».

On note B_2 (respectivement N_2) l'événement « on a tiré une boule blanche (resp. noire) dans l'urne U_2 ».

1. a.

b. Recopier et compléter par les probabilités manquantes l'arbre ci-dessous :



c. Montrer que la probabilité de l'événement B_2 est égale à $\frac{3k+6}{4k+12}$.

Dans la suite on considère que $k = 12$.

Les questions 2 et 3 sont indépendantes l'une de l'autre et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre.

2. Un joueur mise 8 euros et effectue une épreuve.

Si, à la fin de l'épreuve, le joueur tire une boule blanche de la deuxième urne, le joueur reçoit 12 euros.

Sinon, il ne reçoit rien et perd sa mise. Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur, c'est-à-dire la différence entre la somme reçue et la mise.

- a. Montrer que les valeurs possibles de X sont 4 et -8 .
- b. Déterminer la loi de probabilité de la variable X .
- c. Calculer l'espérance mathématique de X .
- d. Le jeu est-il favorable au joueur ?

3. Un joueur participe n fois de suite à ce jeu.

Au début de chaque épreuve, l'urne U_1 contient 12 boules blanches et 3 noires, et l'urne U_2 contient 2 boules blanches et 1 noire.

Ainsi, les épreuves successives sont indépendantes.

Déterminer le plus petit entier n pour que la probabilité de réaliser au moins une fois l'événement B_2 soit supérieure ou égale à 0,99.