Lycée Jules Fil, Carcassonne

Classe de T$^{\text{ale}}$ ST2S

Chapitre 1 : Fonctions et dérivées

C. Aupérin

2009-2010

"Télécharger c'est tuer l'industrie, tuons les tous" Thurston Moore

Dernière modification : 30 septembre 2009

Table des matières

COURS : FONCTIONS ET DÉRIVÉES

Dans tout le chapitre, le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 Rappels

1.1 Équations réduites de droites

1.1.1 Tracer une droite d'équatioin donnée

Travail de l'élève : Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
On appelle D la droite d'équation $y = 1.5x - 2$.

1. Étude de D.
   – Parmi les couples suivants, indiquer ceux qui appartiennent à l'ensemble D :

$$(1;1) \quad ; \quad (0;-2) \quad ; \quad \left(\frac{2}{3};1\right) \quad ; \quad (1.5;0.25)$$

   – Combien de points appartiennent en fait à D ?
   – Quel est son coefficient directeur ? Son ordonnée à l'origine ?
2. Représentation graphique de la droite D
   – Remplir le tableau ci-contre en choisissant x arbitrairement et calculer la valeur correspondante de y.

x	y

   – Choisir deux points parmi ceux qui précèdent qui appartiennent à la droite D, et la représenter graphiquement (unité = 1 cm).
   – Comment faire apparaître sur le graphique l'ordonnée à l'origine de la droite D ? son coefficient directeur ?
3. Droites particulières (s'aider d'un dessin) :
   – Donner une équation de la droite D_1 parallèle à l'axe des abscisses, passant par le point $A(2;3)$
   – Même question pour D_2 parallèle à l'axe des ordonnées, passant par le point A.
   – Donner une équation de la droite D_3 parallèle à D et passant par l'origine du repère.

THÉORÈME 1. Toute droite **non parallèle à l'axe des ordonnées** admet une équation du type $y = mx + p$.
Cette équation est appelée *équation réduite* de la droite. Elle est unique.
m est le coefficient directeur et p l'ordonnée à l'origine.
Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a pour équation $x = c$.

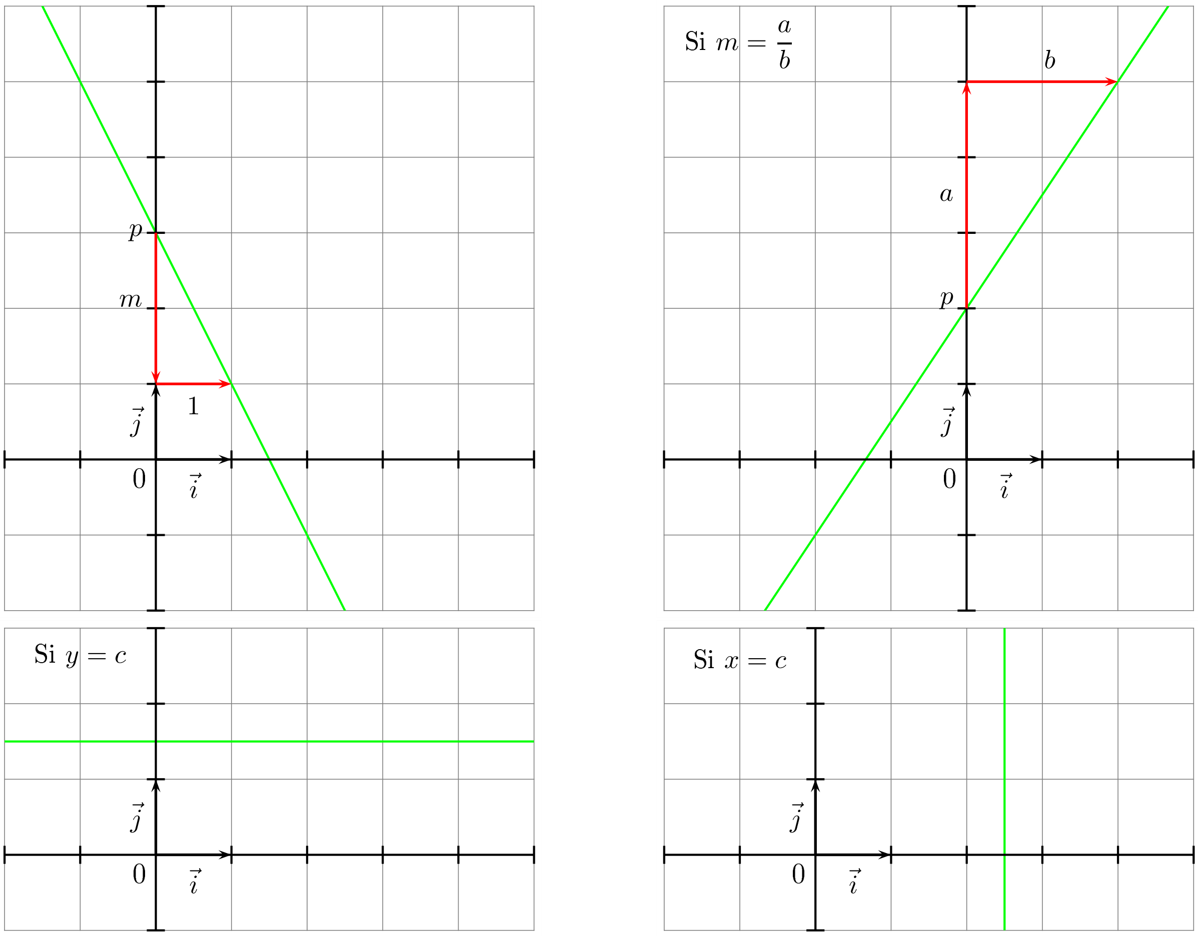
Exemples : Soient les droites D_1, D_2, D_3 et D_4 d'équations respectives :

$$D_1 : y = -3 + 5x \quad ; \quad D_2 : y = -\frac{4}{5}x - \frac{1}{3} \quad ; \quad D_3 : y = -5x \quad ; \quad D_4 : x = 5$$

Pour tracer la représentation graphique de la droite d'équation $y = mx + p$:

1. Déterminer les coordonnées de **deux** points distincts de la droite
   - Soit on détermine un premier point en se fixant par exemple une valeur de x et en calculant la valeur de y correspondante dans l'équation donnée, puis on procède de même pour un second point.
   - Soit on utilise les tables de valeurs d'une calculatrice en entrant en Y1 la fonction définie par l'équation réduite.
2. Placer ces points
3. Les relier (prolonger)
4. Autre méthode : Sans calculer de coordonnées
   - On place sur l'axe des ordonnées le point d'ordonné p,
   - On construit un deuxième point en utilisant m : on part du point déjà placé, on se déplace de m unité(s) verticalement et on avance de 1 unité horizontalement.

Remarques :
- Si la droite a une équation du type $x = c$, elle est parallèle à l'axe des ordonnées (verticale) et passe par n'importe quel point d'abscisse c, par exemple le point de coordonnées $(c; 0)$
- Si $m = \frac{a}{b}$, pour plus de précision, on se déplace de a unités verticalement et on avance de b unité(s) horizontalement.



Exercice 1. Dans le plan muni un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$, construire en variant les méthodes les droites suivantes :

$$D_1 : y = -x + 7 \quad ; \quad D_2 : y = 3x - 4 \quad ; \quad D_3 : y = -\frac{5}{2}x + 7 \quad ; \quad D_4 : x = 3$$

$$D_5 : y = -4 \quad ; \quad D_6 : y = x$$

Propriété 1. Deux droites du plan non parallèles à l'axe des ordonnées, sont parallèles entre elles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

Exemple : Les droites d'équations réduites $y = 345x - 4$ et $y = 345x + 79$ sont parallèles.

1.1.2 Trouver l'équation réduite d'une droite

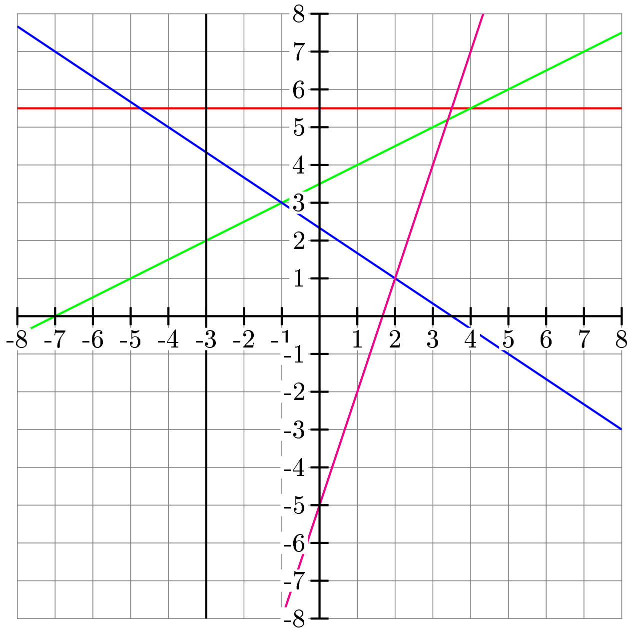
Pour déterminer graphiquement l'équation réduite $y = mx + p$ d'une droite :

1. L'ordonnée à l'origine p est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées
2. Pour le coefficient directeur m :
   - On choisit deux points distincts de la droite (à coordonnées entières pour faciliter les calculs)
   - On compte le nombre a d'unités verticales pour aller du point d'abscisse la plus petite au point d'abscisse la plus grande
   - On compte le nombre b d'unités horizontales sur le même principe
   - Le coefficient directeur de la droite est le nombre $m = \dfrac{a}{b}$

Remarques :

- Si vous n'arrivez pas à trouver m par cette méthode, vous pouvez également l'obtenir en utilisant la formule : $m = \dfrac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$ où $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts de la droite que vous aurez choisis (à coordonnées entières pour faciliter les calculs).
- Si l'ordonnée à l'origine n'apparait pas sur le graphique :
  - On trouve m par la méthode ci-dessus et on le remplace par sa valeur trouvée dans l'équation $y = mx + p$ de la droite,
  - On choisit un point de la droite à coordonnées entières $(x; y)$.
  - On remplace dans l'équation de la droite x et y par les coordonnées de ce point
  - On détermine alors p en résolvant cette équation.

Exercice 2. Déterminer une équation de chacune des droites représentées ci-dessous :



<u>Exercice</u> 3. Donner les équations réduites des droites passant par A et de coefficient directeur m telles que :

- A confondu avec l'origine du repère et $m = \dfrac{1}{3}$
- $A(1;2)$ et $m = -3$
- $A(2;1)$ et $m = 5$
- $A(1;3)$ et $m = 0$

On pourra les tracer pour s'aider.

<u>Exercices du livre</u> : Lire les équations réduites des droites des exercices $6 - 7 - 8 - 78 - 95 - 99$ $p101$.

<u>Exercice</u> 4. Soit d une droite de coeffidient directeur égal à 5. Trouver les équations réduites des parallèles à d :

- passant par l'origine O du repère ;
- d'ordonnée à l'origine égale à 3 ;
- passant par le point $A(2;-3)$.

1.2 Généralités sur les fonctions

1.2.1 Définitions

Définition 1. Une **fonction** est un procédé qui fait correspondre à un élément d'un ensemble de départ **au plus** un élément d'un ensemble d'arrivée.
L'**image** d'un nombre x (de l'ensemble de départ) par la fonction f est le nombre $f(x)$ correspondant (dans l'ensemble d'arrivée), s'il existe.
Un **antécédent** d'un nombre y (de l'ensemble d'arrivée) par la fonction f est un nombre x (dans l'ensemble de départ) tel que $f(x) = y$, s'il existe.

Exemple : Soit la fonction

$$\begin{array}{rll} f: & \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ & x & \mapsto x^2 - 3 \end{array}$$

Déterminer l'image de 3, puis celle de -1.
Déterminer les antécédents de 12, -3, et de -6.

Exercice 5. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + x + 3$.
Calculer l'image de 0, l'image de 1 et l'image de $\sqrt{2}$.
Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par f

Définition 2. Par définition d'une fonction, un élément de départ peut ne pas avoir d'image, on dit alors que c'est une **valeur interdite**.
L'ensemble des réels possédant une image par une fonction f est appelé **ensemble de définition** de la fonction. On le note D_f.

On trouve les valeurs interdites en appliquant les deux règles suivantes :
– On ne divise pas par zéro
– On ne prend pas la racine d'un nombre strictement négatif

Exemple : L'ensemble de définition de la fonction carré est $\mathbb{R}$, celui de la fonction inverse est $\mathbb{R}^*$, celui de la fonction racine carrée est $\mathbb{R}^+$.

Exercice 6.

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Trouver son ensemble de définition.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3x-1}{4-x}$. Trouver son ensemble de définition.

3. Soit h la fonction définie par $h(x) = \sqrt{x+1}$. Trouver son ensemble de définition.

Définition 3. La **courbe représentative** d'une fonction f définie sur D_f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ où x parcourt D_f.

Remarque : Pour obtenir un tableau de valeurs (et la courbe représentative d'une fonction) à la calculatrice graphique :
- On rentre la fonction considérée dans $Y =$ OU dans Menu + Graph.
- On règle les paramètres du tableau de valeurs (première, dernière valeur de x et pas) dans le menu Table + Tblset (jaune + F4) OU Menu + Table + F5, :

  Start=..., End=..., Pitch=... (sur Casio)

  TblStart=..., ΔTbl=... (sur TI)
- On affiche le tableau dans le menu Graph
- On affiche la courbe représentative dans le menu Trace

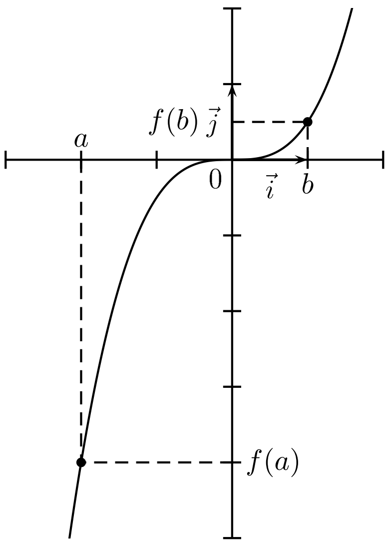
Exemple : Soit la fonction a définie par $a(x) = x^3 - 3x + 1$. Tracer l'allure de sa courbe représentative.

1.2.2 Variations

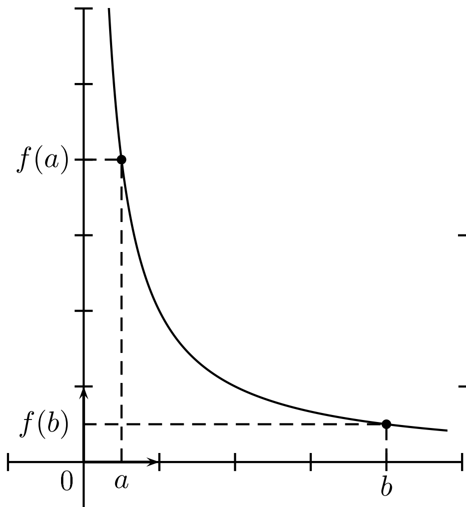
Définition 4. Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
- Si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$ on a $f(a) < f(b)$, on dit que f est strictement croissante sur I
- Si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$ on a $f(a) > f(b)$, on dit que f est strictement décroissante sur I Si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$ on a $f(a) = f(b)$, on dit que f est constante sur I

Remarques :
- Graphiquement, une fonction est strictement croissante sur I, si et seulement si sa courbe représentative « monte »sur I
- Graphiquement, une fonction est strictement décroissante sur I, si et seulement si sa courbe représentative « descend »sur I
- Graphiquement, une fonction est constante sur I, si et seulement si sa courbe représentative est une droite parallèle à l'axe des abscisses sur I

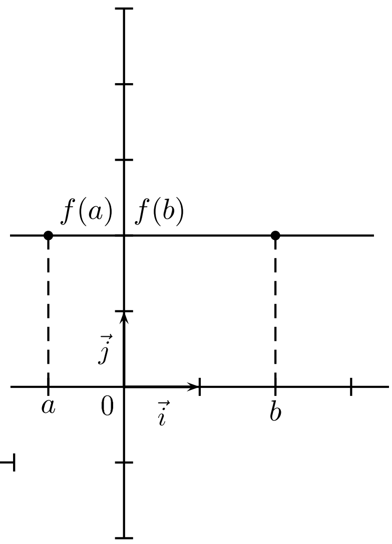
Exemples :



Pour $a < b$ on a $f(a) < f(b)$
f est croissante



Pour $a < b$ on a $f(a) > f(b)$
f est décroissante



Pour $a < b$ on a $f(a) = f(b)$
f est constante

On résume les variations d'une fonction dans des tableaux de variations.

Exemples :

Tableau de variations de la fonction carré

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Tableau de variations de la fonction inverse

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\dfrac{1}{x}$		$\searrow$	$\|$	$\searrow$	

Exercices du livre : Associer des tableaux de variations à des courbes représentatives de fonctions et réciproquement : n° 82-83 p 107

1.3 Tableaux de Signes

1.3.1 Signe de $ax + b$

Travail de l'élève :

1. Etude du signe de $2x - 3$:
   - Tracer à la calculatrice la représentation graphique de la fonction $f(x) = 2x + 3$
   - Résumer le signe de l'expression $2x + 3$ dans ce tableau :

x	$-\infty$		$+\infty$
$2x - 3$		0	

2. Mêmes questions pour les expression $-3x-4$, $4x-5$,$-\frac{2}{3}x+8$.
3. Conjecturer un tableau général pour le signe de $ax+b$ avec $a \neq 0$ (on distinguera deux cas).

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe opposé de a	0	Signe de a	

Exercice 7. Établir le tableau de signe des expressions $5x-3$, $-x+1$ et $\frac{1}{2}x+4$

1.4 Signe d'un produit du type $(ax+b)(cx+d)$

Grâce à la règle des signes dans une multiplication, on peut trouver le signe du produit d'expressions du type $ax+b$. On utlise pour cela un tableau de signe, afin d'être plus rapide.
Exemple : Étudier le signe de $P(x) = (2x+1)(-x+2)$.
On étudie le tableau de signe de chacun des facteurs :
$2x+1 > 0 \Longleftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ et $-x+2 > 0 \Longleftrightarrow x < 2$
On place ces informations dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x+2$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(2x+1)(-x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion :
- $P(x) > 0$ ssi $x \in \left]-\frac{1}{2};2\right[$
- $P(x) < 0$ ssi $x \in \left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup]2;+\infty[$
- $P(x) = 0$ ssi $x \in \left\{-\frac{1}{2};2\right\}$

On sait ainsi que les solutions de l'inéquation $P(x) < 0$ est $S = \left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup]2;+\infty[$

1.5 Signe d'un quotient du type $\frac{ax+b}{cx+d}$

On procéde comme pour le produit, sauf que l'on doit en plus s'assurer que le quotient est défini.

Exemple : Étudier le signe de l'expression $\dfrac{3-x}{4x-1}$.

Contrainte : $4x-1 \neq 0 \iff x \neq \dfrac{1}{4}$ On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		3		$+\infty$
$3-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$4x-1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$\dfrac{3-x}{4x-1}$		$-$	||	$+$	0	$-$	

Résoudre l'inéquation $\dfrac{3-x}{4x-1} \leq 0$.

Remarque : Sur la TI 89, taper SOLVE.

<u>Exercice</u> 8. Etablir les tableaux de signes des expressions suivantes :

$(3x+4)(-2x+1)$ $\quad x^2-6x$ $\quad x^2-9$ $\quad \dfrac{-x+5}{-4-2x}$ $\quad 3x(x^2+1)$ $\quad -2(x-5)^2$

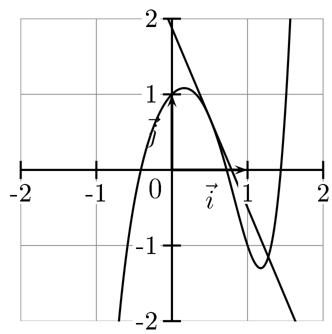
2 Dérivées

2.1 Tangente et nombre dérivé

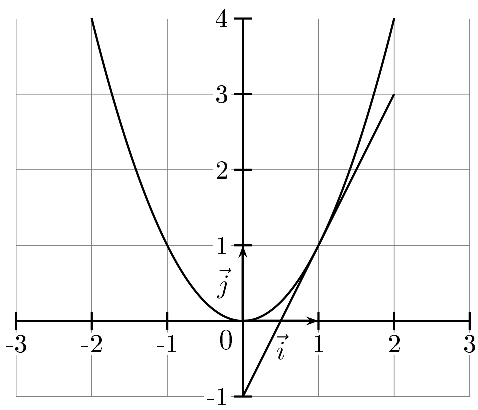
<u>Définition</u> 5. Tangente
Beaucoup trop difficile pour être exposée ici, on se contentera de l'idée suivante : la tangente d'une courbe au point d'abscisse A est une droite qui passe par A en frôlant la courbe.

Exemple :

Voici une courbe dont nous avons tracé la tangente en $0,5$



<u>Définition</u> 6. (Aspect Graphique)
On dit qu'une fonction f est dérivable en a si elle admet une tangente au point d'abscisse a <u>non verticale</u> .
Le coefficient directeur de cette tangente est alors appelé **nombre dérivée de f en a** et noté $f'(a)$.



Exemple : Considérons la courbe de la fonction carrée et sa tangente au point d'abscisse 1. Par lecture graphique on obtient $f'(1) = 2$

<u>Exercice</u> 9. Déterminer graphiquement $f'(2)$ où $f(x) = x^2$, puis $f'(3)$, $f'(1)$, $f'(-2)$

2.2 Dérivées des fonctions de références

Travail de l'élève : p94

Définition 7. On dit qu'une fonction f est dérivable sur un intervalle I lorsque f admet pour tout $x \in I$ un nombre dérivé $f'(x)$.
On appelle alors **fonction dérivée** la fonction notée f', qui a un nombre $x \in I$ associe le nombre $f'(x)$ c'est-à-dire le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x.

Le tableau suivant est admis et à connaître absolument par coeur :

Tab. 1 – Tableau des dérivées des fonctions de références

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine de dérivabilité
k (constante)	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$ax+b$ (affine)	a	$\mathbb{R}$
x^2 (carrée)	$2x$	$\mathbb{R}$
x^3 (cube)	$3x^2$	$\mathbb{R}$
x^n (puissance)	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$ (inverse)	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$
$\sqrt{x}$ (racine)	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^+$

Exemple :

1. Si $f(x)=3$ alors $f'(x)=0$ *[formule 1]* : en effet si f est une fonction constante, sa courbe est confondue avec sa tangente de pente nulle.
2. Si $f(x)=x^4$ alors $f'(x)=4x^3$ *[Formule 6]*

Exercice 10. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ où $f(x)=x^3$

1. Tracer la courbe représentative C_f de la fonction f.
2. On admet que $f'(x) = 3x^2$ (cette formule est à connaître par coeur)
   (a) Calculer $f'(0)$; $f'(2)$ et $f'(-1)$.
   (b) Tracer les tangentes de f en 0 ; 2 et -1
   (c) Trouver l'équation réduite de chacune.

Exercices du livre : 4-7-8-9-11-14 p 101

2.3 Opérations sur les fonctions dérivables

Travail de l'élève : p96 Le tableau suivant est admis et à connaître absolument par coeur.
u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I et k est un nombre réel.
Remarquons que les fonctions ci-dessous sont dérivables sur I.

Tab. 2 – Opérations sur les dérivées

Fonctions	Dérivées
ku	ku'
$u+v$	$u'+v'$
$u-v$	$u'-v'$

Exemple :

1. Si $f(x) = 2x+3+x^2$ alors $f'(x) = (2x+3)' + (x^2)' = 2+2x$ *[formule 2]*
2. Si $f(x) = 5x^3$ alors $f'(x) = 5 \times (x^3)' = 5 \times 3x^2 = 15x^2$ *[formule 1]*

Exercice 11. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$
2. $h(x) = \dfrac{2}{x} + x$

Exercices du livre : 16 à 49 p 102

2.4 Sens de variation et extrema

Travail de l'élève : p98

Considérons une fonction f dérivable sur un intervalle I.

THÉORÈME 2. Admis

1. Si pour tout $x \in I$ on a $f'(x) > 0$, la fonction f est strictement croissante sur I, et réciproquement.
2. Si pour tout $x \in I$ on a $f'(x) < 0$, la fonction f est strictement décroissante sur I, et réciproquement.
3. Si pour tout $x \in I$ on a $f'(x) = 0$, la fonction f est constante sur I, et réciproquement.

Rappelons que le but de ce chapitre est entre autre de pouvoir dresser le tableau de variation d'une fonction sans pour autant connaître sa représentation graphique. Or pour l'instant nous avons besoin de connaître sa courbe afin de lire le nombre dérivée. Aussi nous allons voir dans la prochaine partie que nous pouvons calculer un nombre dérivée sans connaître la représentation graphique de la fonction.

Exercice 12.

1. Calculer la dérivée de la fonction f où $f(x) = x^3$
2. En déduire $f'(0)$ et $f'(1)$
3. Interpréter graphiquement ces deux résultats
4. Dresser le tableau de signe de f' et le tableau de variation de f (dans le même tableau)
5. Représenter la courbe de la fonction cube ainsi que ces deux tangentes aux points d'abscisses 0 et 1.

Propriété 2. Soit x_0 appartenant à I, distinct des extrémités de I
– Si f a un extremum local en x_0, alors $f'(x_0) = 0$
– Si $f'(x_0) = 0$ et si f' change de signe en x_0, alors f a un extremum local en x_0
Dans les deux cas, cet extremum vaut $f(x_0)$.

Exemples : La fonction carré admet un minimum en 0, la fonction cube n'admet pas d'extremum.

Remarque : Les extremums locaux sont à rechercher à partir des nombrres où la dérivée s'annule.

Exercices du livre : 50 à 67 p 103

Exercices du livre : Position de la courbe par rapport à sa tangente : 78 à 81 p 106

Exercices du livre : Applications (Type BAC) : 102-103-104-105-107-108 p 114

Les Annexes

Rappels sur les droites

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

On appelle D la droite d'équation $y = 1.5x - 2$.

1. Étude de D.
   - Parmi les couples suivants, indiquer ceux qui appartiennent à l'ensemble D :

   $$(1;1) \quad ; \quad (0;-2) \quad ; \quad \left(\frac{2}{3};1\right) \quad ; \quad (1.5;0.25)$$

   - Combien de points appartiennent en fait à D ?
   - Quel est son coefficient directeur ? Son ordonnée à l'origine ?
2. Représentation graphique de la droite D
   - Remplir le tableau ci-contre en choisissant x arbitrairement et calculer la valeur correspondante de y.

x	y

   - Choisir deux points parmi ceux qui précèdent qui appartiennent à la droite D, et la représenter graphiquement (unité = 1 cm).
   - Comment faire apparaître sur le graphique l'ordonnée à l'origine de la droite D ? son coefficient directeur ?
3. Droites particulières (s'aider d'un dessin) :
   - Donner une équation de la droite D_1 parallèle à l'axe des abscisses, passant par le point $A(2;3)$
   - Même question pour D_2 parallèle à l'axe des ordonnées, passant par le point A.
   - Donner une équation de la droite D_3 parallèle à D et passant par l'origine du repère.

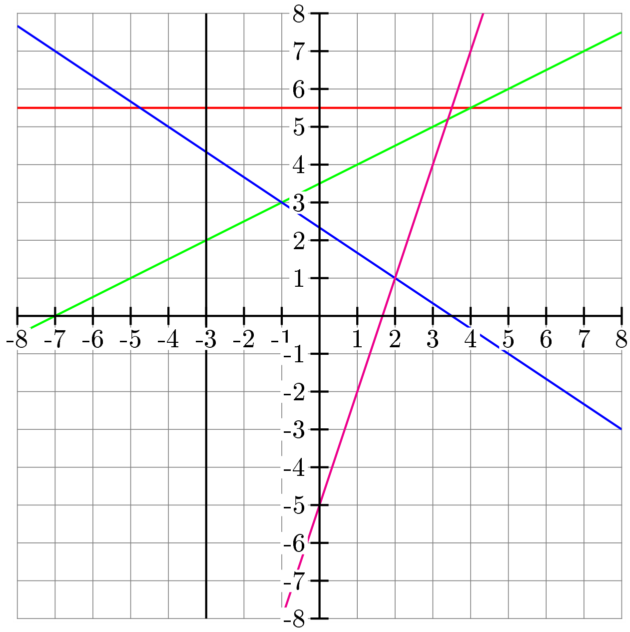
Exercices

Exercice 1. Dans le plan muni un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, construire en variant les méthodes les droites suivantes :

$$D_1 : y = -x + 7 \quad ; \quad D_2 : y = 3x - 4 \quad ; \quad D_3 : y = -\frac{5}{2}x + 7 \quad ; \quad D_4 : x = 3$$

$$D_5 : y = -4 \quad ; \quad D_6 : y = x$$

Exercice 2. Déterminer une équation de chacune des droites représentées ci-dessous :



Exercice 3. Donner les équations réduites des droites passant par A et de coefficient directeur m telles que :

- A confondu avec l'origine du repère et $m = \dfrac{1}{3}$
- $A(1;2)$ et $m = -3$
- $A(2;1)$ et $m = 5$
- $A(1;3)$ et $m = 0$

On pourra les tracer pour s'aider.

Exercice 4. Soit d une droite de coeffidient directeur égal à 5. Trouver les équations réduites des parallèles à d :

- passant par l'origine O du repère ;
- d'ordonnée à l'origine égale à 3 ;
- passant par le point $A(2;-3)$.

Exercice 5. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + x + 3$.
Calculer l'image de 0, l'image de 1 et l'image de $\sqrt{2}$.
Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par f

Exercice 6.

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Trouver son ensemble de définition.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3x-1}{4-x}$. Trouver son ensemble de définition.
3. Soit h la fonction définie par $h(x) = \sqrt{x+1}$. Trouver son ensemble de définition.

Exercice 7. Établir le tableau de signe des expressions $5x - 3$, $-x + 1$ et $\dfrac{1}{2}x + 4$

Exercice 8. Etablir les tableaux de signes des expressions suivantes :

$(3x+4)(-2x+1)$ $\quad$ x^2-6x $\quad$ x^2-9 $\quad$ $\dfrac{-x+5}{-4-2x}$ $\quad$ $3x(x^2+1)$ $\quad$ $-2(x-5)^2$

Exercice 9. Déterminer graphiquement $f'(2)$ où $f(x) = x^2$, puis $f'(3)$, $f'(1)$, $f'(-2)$

Exercice 10. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ où $f(x) = x^3$

1. Tracer la courbe représentative C_f de la fonction f.
2. On admet que $f'(x) = 3x^2$ (cette formule est à connaître par coeur)
   (a) Calculer $f'(0)$; $f'(2)$ et $f'(-1)$.
   (b) Tracer les tangentes de f en 0 ; 2 et -1
   (c) Trouver l'équation réduite de chacune.

Exercice 11. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$
2. $h(x) = \dfrac{2}{x} + x$

Exercice 12. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$
2. $h(x) = \dfrac{2}{x} + x$

TAB. 1 – **Dérivées des fonctions de références**

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine de dérivabilité
k (constante)	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$ax+b$ (affine)	a	$\mathbb{R}$
x^2 (carrée)	$2x$	$\mathbb{R}$
x^3 (cube)	$3x^2$	$\mathbb{R}$
x^n (puissance)	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$ (inverse)	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$
$\sqrt{x}$ (racine)	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^+$

TAB. 2 – **Opérations sur les dérivées**

Fonctions	Dérivées
ku	ku'
$u+v$	$u'+v'$
$u-v$	$u'-v'$