

Devoir maison 3

Exercice 1.

(8 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 2 cm. Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = i$ et $z_B = 1 + 2i$.

Soit la similitude directe S telle que :

$$S(O) = A \quad \text{et} \quad S(A) = B$$

1. Montrer que l'écriture complexe de S est :

$$z' = (1 - i)z + i$$

2. Préciser les éléments caractéristiques de S (on notera Ω le centre de S).

On considère la suite de points (A_n) telle que

- A_0 est l'origine du repère et,
- pour tout entier naturel n , $A_{n+1} = S(A_n)$.

On note z_n l'affixe de A_n . (On a donc $A_0 = 0$, $A_1 = A$, et $A_2 = B$)

3. (a) Démontrer que pour tout entier naturel n on a $z_n = 1 - (1 - i)^n$.
(b) Déterminer, en fonction de n , les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\Omega A_n}$ et $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$.
Comparer les normes de ces vecteurs et calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\Omega A_n}; \overrightarrow{A_n A_{n+1}})$.
(c) En déduire une construction du point A_{n+1} connaissant le point A_n .
Construire les points A_3 et A_4 .
4. Quels sont les points de la suite (A_n) appartenant à la droite (ΩB) ?

Exercice 2. n°9 p 120

(4 points)

Exercice 3. n°13 p 121

(4 points)

On pourra s'aider de l'exercice résolu n°2 p 115

Exercice 4. n°18 p 121

(4 points)