

## Devoir maison 3

### Exercice 1.

(8 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ . On prendra pour unité graphique 2 cm. Soient  $A$  et  $B$  les points d'affixes respectives  $z_A = i$  et  $z_B = 1 + 2i$ .

Soit la similitude directe  $S$  telle que :

$$S(O) = A \quad \text{et} \quad S(A) = B$$

1. Montrer que l'écriture complexe de  $S$  est :

$$z' = (1 - i)z + i$$

2. Préciser les éléments caractéristiques de  $S$  (on notera  $\Omega$  le centre de  $S$ ).

On considère la suite de points  $(A_n)$  telle que

- $A_0$  est l'origine du repère et,
- pour tout entier naturel  $n$ ,  $A_{n+1} = S(A_n)$ .

On note  $z_n$  l'affixe de  $A_n$ . (On a donc  $A_0 = 0$ ,  $A_1 = A$ , et  $A_2 = B$ )

3. (a) Démontrer que pour tout entier naturel  $n$  on a  $z_n = 1 - (1 - i)^n$ .
- (b) Déterminer, en fonction de  $n$ , les affixes des vecteurs  $\overrightarrow{\Omega A_n}$  et  $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$ .  
Comparer les normes de ces vecteurs et calculer une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{\Omega A_n}; \overrightarrow{A_n A_{n+1}})$ .
- (c) En déduire une construction du point  $A_{n+1}$  connaissant le point  $A_n$ .  
Construire les points  $A_3$  et  $A_4$ .
4. Quels sont les points de la suite  $(A_n)$  appartenant à la droite  $(\Omega B)$  ?

### Exercice 2. n°9 p 120

(4 points)

### Exercice 3. n°13 p 121

(4 points)

*On pourra s'aider de l'exercice résolu n°2 p 115*

### Exercice 4. n°18 p 121

(4 points)