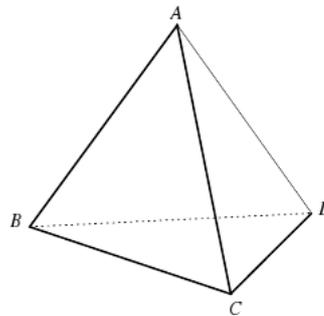


EXERCICES DANS L'ESPACE

Exercice 2.1. Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier (les faces sont des triangles équilatéraux) dont les arêtes ont pour longueur a . Soient I, J, K et L les milieux respectifs de $[AB], [BC], [CD]$ et $[AD]$.

1. Faire un schéma de la situation.
2. Montrer que $IJKL$ est un losange.
3. (a) Calculer AK en fonction de a .
 (b) Déterminer la nature du triangle AKB .
 (c) En déduire KI en fonction de a .
4. Montrer que $IJKL$ est un carré.



Exercice 2.2. $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle. Soient I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[BC]$ et K le milieu de $[BF]$.

1. Faire un schéma
2. Démontrer que les plans (DEG) et (AFC) sont parallèles.
3. Démontrer que les plans (IJK) et (AFC) sont parallèles.
4. Déduire des questions 2 et 3 que (IJK) et (DEG) sont parallèles.

Exercice 2.3. $ABCDE$ une pyramide telle que $BCDE$ soit un parallélogramme de centre O . I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[AC]$

1. Faire un schéma
2. Préciser en justifiant les intersections :
 - (a) Des plans (ABC) et (ACD)
 - (b) Des plans (ABD) et (AEC)
 - (c) De la droite (AO) et du plan (AEC)
 - (d) De la droite (ID) et de la droite (AO)
3. Démontrer que la droite (IJ) et la droite (ED) sont parallèles.
4. En déduire l'intersection des plans (ABC) et (EID)
5. Montrer que la droite (IJ) et le plan (BCD) sont parallèles.

Exercice 2.4. $ABCDEFGH$ un cube. Soient I le milieu de $[AE]$, J le milieu de $[AB]$, K le milieu de $[BC]$ et L le milieu de $[CG]$.

1. Faire un schéma
2. Quelle est la nature du quadrilatère $AILC$?
3. Démontrer que les droites (JK) et (AC) sont parallèles.

4. En déduire que les droites (JK) et (LI) sont parallèles.
5. Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont coplanaires.
6. En déduire qu'elles sont sécantes en un point S .
7. Déterminer l'intersection des plans (ABF) et (FBC) .
8. Démontrer que le point S appartient à la droite (BF)

Exercice 2.5. Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier (les faces sont des triangles équilatéraux). Soient I , J , et K les milieux respectifs de $[AD]$, $[BD]$, $[CD]$.

1. Démontrer que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.
2. Exprimer IJ en fonction de AB
3. Exprimer le périmètre P' du triangle IJK en fonction du périmètre P du triangle ABC .
4. Exprimer l'aire A' du triangle IJK en fonction de l'aire A du triangle ABC .
5. Exprimer le volume V' du tétraèdre $IJKD$ en fonction du volume V du tétraèdre $ABCD$.

Exercice 2.6. On considère un cube $ABCDEFGH$ et I un point de l'arête $[GC]$.

1. Préciser, en justifiant les réponses, si les éléments suivants sont coplanaires ou non :
 - (a) Les droites (EH) et (BC)
 - (b) Les droites (AG) et (BH)
 - (c) Les droites (AG) et (EI)
 - (d) Les droites (BH) et (EI)
2. Déterminer la position relative des plans (EGB) et (ACH) .
3. Le point I appartient au plan (EGB) , (DAG) , (EAC) ou (HEF) ?

Exercice 2.7. On considère une pyramide régulière $SABCD$ de sommet S , de base carrée $ABCD$ dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux. On pose $AB = a$. On appelle I le milieu de $[SA]$, J le milieu de $[SB]$ et O le centre de $ABCD$.

1. Faire une figure en prenant $a = 5$ cm.
2. Montrer que $AC = a\sqrt{2}$.
3. Démontrer (SA) et (SC) sont perpendiculaires.
4. Déterminer, en justifiant les intersections suivantes :
 - (a) des plans (SAB) et (SBC)
 - (b) des plans (SAC) et (SBD)
 - (c) de la droite (SO) et du plan (ADC)
5. (a) Démontrer que les points A , C , S , O et I sont coplanaires.
 (b) En déduire que les droites (CI) et (SO) sont sécantes. Que représente leur intersection pour le triangle SAC ?
6. Déterminer la position relative des droites (SB) et (AC) .
7. Démontrer que (IJ) est parallèle au plan (ABC) .