Exercices : Second degré et polynôme

Exercice 1. f et g sont ils égaux ? :

1. $f(x) = (4x-3)^2 - 5x - 7$ et $g(x) = 2(8x^2+1) - 19x$
2. $f(x) = (x+1)(x-2)$ et $g(x) = x^2 - 2 + x$

Exercice 2. Trouver les racines des polynômes suivants :

1. $f(x) = x^2 - 19$
2. $g(x) = x^2 + 1$
3. $h(x) = (x-1)(x+5)$
4. $i(x) = x^2 - 4x + 4$
5. $k(x) = 3x^2 + 6x + 3$
6. $j(x) = 9x^2 - 16$

Exercice 3. Canoniser les polynômes suivants :

1. $f(x) = x^2 - 5x + 9$
2. $g(x) = x^2 + 3x - 1$
3. $h(x) = x^2 - 7x + 2$
4. $i(x) = x^2 - 4x + 4$
5. $k(x) = 3x^2 + 8x + 3$
6. $j(x) = 9x^2 - 18x + 16$

Exercice 4. f est le trinôme défini par $f(x) = x^2 + 3x - 4$

1. Déterminer la forme canonique de f
2. En déduire que pour tout réel x, $f(x) \geq -\dfrac{25}{4}$

Exercice 5.

1. Dans chaque cas, calculer le discriminant du trinôme

   (a) $f(x) = x^2 + x + 1$ (b) $g(x) = -x^2 + 4x - 1$ (c) $h(x) = -2x^2 + 3x + 4$

2. Trouver les racines des polynômes précédents.

Exercice 6. Résoudre chacune des équations suivantes :

1. $5x + 3 - x^2 = 0$
2. $x^2 - 9 = 7$
3. $2x^2 - x + 3 = 0$
4. $9x^2 - 12x + 4 = 0$
5. $\dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{1}{4}x = 0$
6. $7x^2 + 1 = 0$

Exercice 7. f est le trinôme défini par :

$$f(x) = 3(x^2 - 4) - (x - 2)(x + 1)$$

On se propose de résoudre l'équation $f(x) = 0$ de deux façons différentes.

1. (a) Développer et réduire $f(x)$
   (b) Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$
2. (a) Factoriser l'expression initiale de $f(x)$
   (b) Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$

Exercice 8.

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 7,9$$

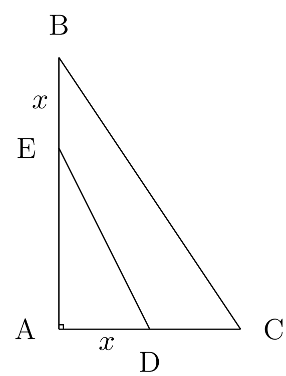
Dresser le tableau de signe de f.

Exercice 9. Résoudre les inéquations suivantes :

1. $-3x^2 + 4x - 1 \geq 0$
2. $-3x^2 - 5x < 0$
3. $x^2 > 1$
4. $t^2 - 2t - 3 \geq 0$
5. $5x^2 - 3x + \dfrac{9}{20} < 0$
6. $-m^2 + m - 5 < 0$
7. $\sqrt{x+1} = 2x - 3$
8. $\dfrac{2x-5}{x-1} = \dfrac{x-1}{x+1}$

Exercice 10. Dans un triangle ABC rectangle en A :
on place les points D et E respectivement sur $[AB]$ et $[AC]$ de telle manière que :

$$AD = BE = x \text{ , } AB = 18 \text{ et } AC = 12$$



Déterminer x pour que l'aire de ADE soit égale *à* la moitié de celle de ABC

Exercice 11. On appelle *format* d'un rectangle le quotient de la longueur L par la largeur l ($f = \dfrac{L}{l}$)

1. Quel est le format d'un rectangle de longueur $L = 5$ cm et de largeur $l = 2$ cm ?
2. On considère un rectangle ABCD de largeur $l = 1$ et de longueur $L = x$ cm ($1 < x < 2$)
   (a) Exprimer (en fonction de x) le format f du rectangle $ABCD$
   (b) On découpe dans le rectangle $ABCD$ un carré $ABOR$.
   Exprimer en fonction de x le format f' du rectangle $ORDC$
   (c) Quelle valeur donner à x pour que les rectangles $ORDC$ et $ABCD$ aient le même format ?
   (d) On note ϕ cette valeur. Déterminer $\phi - 1$, $\phi(\phi - 1)$ et $\dfrac{1}{\phi}$.

Exercice 12. L'aire d'un triangle rectangle est 429 m^2 et l'hypoténuse a pour longueur $h = 72,5$ m. Trouver le périmètre.

Exercice 13. On achète pour 40 € d'essence *à* une station service. On s'aperçoit qu'*à* une autre station service le prix du litre d'essence est inférieur de 0, 10 €. On aurait ainsi pu obtenir 5 litres d'essence de plus pour le même prix.
Quel était le prix de l'essence *à* la première station et combien en avait-on prit ?

Exercice 14. Soit f une fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ pour tout réel x.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. Préciser la nature de la courbe C_f et les coordonnées de son sommet S
2. Montrer que la courbe coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont on déterminera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de x la courbe est-elle située au dessus de l'axe des absisses ?

Exercice 15. Résoudre l'équation $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ (on pourra poser $X = x^2$)

Exercice 16. Résoudre l'équation

$$x + x^3 + x^5 + x^7 = 0$$

Indication : Peut-il y avoir une solution rélle strictement négative ? Et strictement positive ?

Exercice 17. f est un polynôme de défini par :

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 1$$

1. Proposer un polynôme P tel que le polynôme $P + f$ soit de degré

   (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

2. Proposer un polynôme Q tel que $Q \times f$ soit de degré :

   (a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2

Exercice 18. f est le polynôme défini par $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

1. Démontrer que pour tout réel x, $f(x) = (2x+1)(ax^2+bx+c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$

Exercice 19. Résoudre $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$, puis résoudre $3x^3 - 5x^2 - x + 3 \leq 0$