

INTERROGATION N°6

Exercice 1. Voir interro 5.

Exercice 2. Voir interro 5

Exercice 3. Résoudre $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$ (voir exo 19 de la fiche)

On a pour racine évidente $x = 2$.

On factorise alors le polynôme de degré 3 par $(x - 2)$: on cherche a, b et c trois réels tels que $(x - 2)(ax^2 + bx + c) = x^3 - x^2 - 14x + 24$

On trouve de manière immédiate : $a = 1$ et $c = -12$. On cherche alors $b \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\begin{aligned} (x - 2)(x^2 + bx - 12) &= x^3 - x^2 - 14x + 24 \\ \Leftrightarrow x^3 + bx^2 - 12x - 2x^2 - 2bx + 24 &= x^3 - x^2 - 14x + 24 \\ \Leftrightarrow (b - 2)x^2 + (-12 - 2b)x &= -x^2 - 14x \\ \Leftrightarrow b &= 1 \end{aligned}$$

On a alors $f(x) = (x - 2)(x^2 + x - 12)$ et on a :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + x - 12) = 0 \Leftrightarrow (x - 2) = 0 \text{ ou } (x^2 + x - 12) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 1 \times (-12) = 49 = 7^2.$$

Donc on a deux racines : $x_1 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$ et $x_2 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$.

Finalement l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions qui sont 2, -4 et 3.

INTERROGATION N°6

Exercice 1. Voir interro 5

Exercice 2. Voir interro 5

Exercice 3. Résoudre $3x^3 - 5x^2 - x + 3 = 0$ (voir exo 19 de la fiche)

On a pour racine évidente $x = 1$.

On factorise alors le polynôme de degré 3 par $(x - 1)$: on cherche a, b et c trois réels tels que $(x - 1)(ax^2 + bx + c) = 3x^3 - 5x^2 - x + 3$

On trouve de manière immédiate : $a = 3$ et $c = -3$. On cherche alors $b \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\begin{aligned} (x - 1)(3x^2 + bx - 3) &= 3x^3 - 5x^2 - x + 3 \\ \Leftrightarrow 3x^3 + bx^2 - 3x - 3x^2 - bx + 3 &= 3x^3 - 5x^2 - x + 3 \\ \Leftrightarrow (b - 3)x^2 + (-3 - b)x &= -5x^2 - x \\ \Leftrightarrow b &= -2 \end{aligned}$$

On a alors $f(x) = (x - 1)(3x^2 - 2x - 3)$ et on a :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(3x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow (x - 1) = 0 \text{ ou } (3x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 3 \times (-3) = 40.$$

Donc on a deux racines : $x_1 = \frac{2 - \sqrt{40}}{6} = \frac{1 - \sqrt{10}}{3}$ et $x_2 = \frac{2 + \sqrt{40}}{6} = \frac{1 + \sqrt{10}}{3}$.

Finalement l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions qui sont 1, $\frac{1 - \sqrt{10}}{3}$ et $\frac{1 + \sqrt{10}}{3}$.