Correction Interrogation n°4

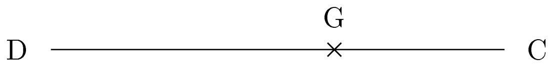
Exercice 1. (6 points)

1. On utilise pour cette construction la relation :

$$\overrightarrow{DG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{DC}$$

De plus G est le barycentre de $\{(D,51);(C,85)\}$ donc de $\{(D,3);(C,5)\}$ donc :

$$\overrightarrow{DG} = \frac{5}{8}\overrightarrow{DC}$$



2. On considère le point G, barycentre de $(A,5)$ et $(B,6)$, on a alors :

$$5\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} = 11\overrightarrow{MG} \quad \forall M \in \mathcal{P}$$

Par conséquent :

$$\|\ 11\overrightarrow{MG}\ \| = 33 \Longleftrightarrow \|\ \overrightarrow{MG}\ \| = 3$$

L'ensemble cherché est donc le cercle de centre G et de rayon 3.

3. On introduit les points H et H' barycentres, respectivement de $\{(A,10);(B,9)\}$ et $\{(A,7);(B,-8)\}$. On a donc les égalités vectorielles suivantes $\forall M \in \mathcal{P}$:

$$10\overrightarrow{MA} - 9\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MH} \text{ et } 7\overrightarrow{MA} - 8\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MH'}$$

L'ensemble des points M du plan tels que $\|\ 10\overrightarrow{MA} - 9\overrightarrow{MB}\ \| = \|\ 7\overrightarrow{MA} - 8\overrightarrow{MB}\ \|$ est donc l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|\ \overrightarrow{MH}\ \| = \|\ -\overrightarrow{MH'}\ \| \Longleftrightarrow MH = MH'$$

L'ensemble cherché est donc la médiatrice de $[HH']$

Exercice 2. (2 points)
On a $A(3;-1)$ et $B(-2;0)$ et $G = bar\,((A,-1);(B,3))$.

Alors $x_G = \dfrac{-1\times 3 + 3\times -2}{-1+3} = -\dfrac{9}{2}$ et $y_G = \dfrac{-1\times -1 + 3\times 0}{2} = \dfrac{1}{2}$.

Exercice 3. (2 points) **ROC**
Soient A et B deux points, α et β deux réels tels que $\alpha+\beta \neq 0$. Alors il existe un unique point G, nommé barycentre de $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$ vérifiant l'égalité $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$.

Correction Interrogation n°4

Exercice 1. (6 points)

1. On utilise pour cette construction la relation :

$$\overrightarrow{DG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{DC}$$

   De plus G est le barycentre de $\{(D,39);(C,65)\}$ donc de $\{(D,3);(C,5)\}$ donc :

$$\overrightarrow{DG} = \frac{5}{8}\overrightarrow{DC}$$

2. On considère le point G, barycentre de $(A,5)$ et $(B,22)$, on a alors :

$$5\overrightarrow{MA} + 22\overrightarrow{MB} = 27\overrightarrow{MG} \quad \forall M \in \mathcal{P}$$

   Par conséquent :$|| \, 27\overrightarrow{MG} \, || = 27 \Longleftrightarrow || \, \overrightarrow{MG} \, || = 1$
   L'ensemble cherché est donc le cercle de centre G et de rayon 1.

3. On introduit les points H et H' barycentres, respectivement de $\{(A,6);(B,-7)\}$ et $\{(A,9);(B,-8)\}$.
   On a donc les égalités vectorielles suivantes $\forall M \in P$:

$$6\overrightarrow{MA} - 7\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MH} \text{ et } 9\overrightarrow{MA} - 8\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MH'}$$

   L'ensemble des points M du plan tels que $|| \, 6\overrightarrow{MA} - 7\overrightarrow{MB} \, || = || \, 9\overrightarrow{MA} - 8\overrightarrow{MB} \, ||$ est donc l'ensemble des points M du plan tels que :

$$|| -\overrightarrow{MH} \, || = || \, \overrightarrow{MH'} \, || \Longleftrightarrow MH = MH'$$

   L'ensemble cherché est donc la médiatrice de $[HH']$

Exercice 2. (2 points) **ROC**
Soient A et B deux points, α et β deux réels tels que $\alpha+\beta \neq 0$. Alors il existe un unique point G, nommé barycentre de $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$ vérifiant l'égalité $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

Exercice 3. (2 points)
On a $A\,(3;-1)$ et $B(-2;0)$ et $G = bar\,(\{(A,-1);(B,3)\})$.

Alors $x_G = \dfrac{-1\times 3 + 3\times -2}{-1+3} = -\dfrac{9}{2}$ et $y_G = \dfrac{-1\times -1 + 3\times 0}{2} = \dfrac{1}{2}$.