

## DS 8 : Suites

### Exercice 1. (3 points)

Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2009 + 2010$$

$$S_2 = 18 + 54 + 162 + \dots + 39\,366$$

On prendra soin de rédiger la réponse clairement. Notamment, on justifiera la formule utilisée en précisant la suite considérée ainsi que sa nature.

### Exercice 2. (3 points)

La suite  $(u_n)$  est arithmétique de raison  $r$ . On sait que  $u_{50} = 406$  et  $u_{100} = 806$ .

1. Calculer la raison  $r$  et  $u_0$ .
2. Calculer la somme  $S = u_{50} + u_{51} + \dots + u_{100}$

### Exercice 3. (4 points)

Une entreprise décide de verser à ses ingénieurs une prime annuelle de 500€. Pour ne pas se dévaluer, il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note  $(C_n)$  la suite des primes avec  $C_1 = 500$ .

1. Calculer  $C_2$  puis  $C_3$ .
2. Exprimer  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ . En déduire la nature de la suite  $(C_n)$ .
3. La suite  $(C_n)$  est-elle convergente? (On justifiera la réponse par un résultat du cours).
4. Un ingénieur compte rester 20 ans dans l'entreprise. Calculer la prime qu'il touchera la 20<sup>ème</sup> année.

### Exercice 4. (4 points)

1. Etudier le sens de variation des suites de terme général suivant :

(a)  $u_n = n^2 - n$  pour  $n \in \mathbb{N}$

(b)  $v_n = \frac{2^n}{n}$  pour  $n \geq 2$

2. Etudier la limite des suites de terme général suivant :

(a)  $w_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$  pour  $n \in \mathbb{N}$

(b)  $t_n = \frac{5n^5 - 8n^4 - 9}{6n^5 + 5n^3 - n^2 + 1}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

### Exercice 5. (6 points)

Soit  $u$  la suite définie par  $u_0 = 0$  est la relation de récurrence  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$  pour tout entier naturel  $n$ .

Soit  $v$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ .

1. (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
(b) Calculer  $v_0$  et  $v_1$ .
2. (a) Montrer que  $v$  est une suite géométrique de raison  $-\frac{1}{5}$ .  
(b) En déduire  $v_n$  en fonction de  $n$ .
3. (a) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $v_n$ .  
(b) En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$ . Que vaut  $u_5$  ?