# DS 6: Dérivation

Exercice 1. ROC:

Considérons la fonction  $f: x \longmapsto \sqrt{x}$  pour  $x \in \mathbb{R}^+$ .

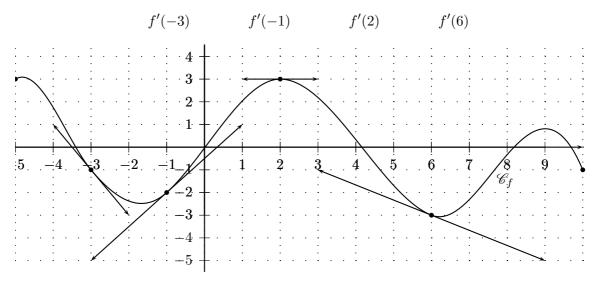
Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}^{+*}$  on a  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 

### Exercice 2. Lecture Graphique

3 points

La représentation graphique  $\mathscr{C}_f$  d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués,  $\mathscr{C}_f$  admet une tangente qui est tracée ci-dessous.

1. Lisez, en vous servant du quadrillage, les nombres dérivés :



2. Le graphique ne permet pas la lecture de f'(4), préciser néanmoins son signe (expliquer par une phrase)

#### Exercice 3. Quelques dérivées

3 points

Dériver les fonctions suivantes sur I (inutile de simplifier les écritures obtenues):

1. 
$$i(x) = (1 - 3x)^5 \text{ sur } I = \mathbb{R}$$

2. 
$$j(x) = \sin(x) + 2 + \frac{1}{x} \operatorname{sur} I = \mathbb{R}^*$$

3. 
$$k(x) = \sqrt{4x - 1} \text{ sur } I = \left[ \frac{1}{4}; +\infty \right]$$

## Exercice 4. Etude d'une fonction polynôme de degré 3

6 points

On considère la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  et  $\mathscr{C}_f$  sa représentation graphique dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (Unités : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnées).

- 1. Etudier les limites de f en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
- 2. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
- 3. Etudier le signe de f'(x) puis dresser le tableau de variations de la fonction f.
- 4. En déduire les abscisses des points où  $\mathscr{C}_f$  admet une tangente horizontale ainsi que les éventuels extrema locaux.
- 5. Déterminer une équation de la tangente T à  $\mathscr{C}_f$  au point d'abscisse 2
- 6. Tracer dans le repère les tangentes horizontales trouvées précédemment, T puis  $\mathscr{C}_f$  sur [-1;2]

## Exercice 5. Etude d'une fonction homographique

6 points

On considère la fonction g définie sur  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  par :

$$g(x) = \frac{x-3}{2-4x}$$

- 1. Etudier les limites de f en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
- 2. La courbe  $\mathscr{C}_g$  admet-elle une asymptote horizontale  $\mathscr{D}$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ ? Si oui, préciser son équation.
- 3. Etudier les limites de f en  $\frac{1}{2}^+$  et en  $\frac{1}{2}^-$ .
- 4. La courbe  $\mathcal{C}_g$  admet-elle une asymptote verticale  $\Delta$ ? Si oui, préciser son équation.
- 5. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
- 6. Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variation de la fonction f.