

DM 9 : Produit Scalaire

Dans tout ce devoir, on demande de résoudre tous les exercices à l'aide de produits scalaires ...

Exercice 1.

(3 points)

Les vecteurs $\vec{u}(4876; -4898873)$ et $\vec{v}(317019173; 315539)$ sont-ils orthogonaux ?

Evidemment, je demande une justification sans calculatrice. Et non, je ne vous demande pas de faire à la main des multiplications avec « plein » de chiffres, mais tout simplement d'utiliser votre cerveau ¹

Exercice 2.

(4 points)

Norbert part de chez lui pour faire une promenade. Il marche 5 km en direction de l'Est puis 2 km en direction du Nord-Est. Surpris par le mauvais temps, il retourne chez lui en courant et met 30 min. A quelle vitesse a-t-il couru ?

On prendra soin de faire un schéma de la situation.

Exercice 3.

(6 points)

OVI est un triangle rectangle en O et N est le pied de la hauteur issue de O .

Démontrer les relations suivantes :

$$OV^2 = VN \times VI \quad \text{et} \quad ON^2 = NV \times NI$$

Exercice 4.

(7 points)

$ABCD$ est un rectangle de longueur $AB = L$ et de largeur $AD = l$. On appelle K le pied de la hauteur issue de B dans le triangle ABC et H le pied de la hauteur issue de D dans le triangle ADC .

1. *Le but de cette question est d'exprimer KH en fonction de L et l .*

(a) Exprimer le produit scalaire $\vec{CA} \cdot \vec{BD}$ en fonction de L et l , en utilisant une relation de Chasles judicieuse pour chacun des deux vecteurs.

(b) Exprimer le même produit scalaire $\vec{CA} \cdot \vec{BD}$ en fonction de L , l et HK , en utilisant une autre caractérisation du produit scalaire.

(c) En déduire que $KH = \frac{L^2 - l^2}{\sqrt{L^2 + l^2}}$.

2. Exprimer L en fonction de l pour que l'on ait $AB = HK$?

3. En déduire que cela est impossible ici.

¹Oui, oui ! Je reste convaincue que chacun d'entre vous en possède un !