

Nom : .....

Prénom : .....

Classe : .....

## Correction de l'interrogation n°17

**Exercice 1. ROC**

Démontrer le théorème suivant :

**Théorème 1 :**La propriété de la réunion de deux événements  $A$  et  $B$  est :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Remarque :** Pour cette démonstration on admet et on pourra utiliser les deux propriétés suivantes :

1.

$$\text{Si } A \cap B = \emptyset \text{ alors } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2.  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ **Preuve**Il suffit d'écrire que :  $A \cup B = (A - B) \cup B$  et comme  $(A - B) \cap B = \emptyset$ , il vient :

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B)$$

**Exercice 2.** Une urne contient trois boules blanches et une boule noire. On tire successivement et sans remise les quatre boules de l'urne.  $X$  est la variable aléatoire qui prend pour valeur le rang du tirage de la boule noire.1. Le tableau suivant donne la loi de probabilité de  $X$  :

$x = x_i$	1	2	3	4	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$2. E(X) = \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{4} \times 4 = \frac{5}{2}$$

Nom : .....

Prénom : .....

Classe : .....

Correction de l'interrogation n°17

**Exercice 1. ROC**

Démontrer le théorème suivant :



**Théorème 2 :**

La propriété de la réunion de deux événements  $A$  et  $B$  est :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Remarque :** Pour cette démonstration on admet et on pourra utiliser les deux propriétés suivantes :

1.

$$\text{Si } A \cap B = \emptyset \text{ alors } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2.  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$



**Preuve**

Il suffit d'écrire que :  $A \cup B = (A - B) \cup B$  et comme  $(A - B) \cup B = \emptyset$ , il vient :

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B)$$

**Exercice 2.** Un candidat répond au hasard à un QCM qui comprend quatre questions. Pour chaque question, il choisit une réponse parmi les trois qui lui sont proposées ; une seule de ces trois réponses est exacte.

1. Il y a  $2^4 = 16$  possibilités de répondre à ce questionnaire (un arbre de probabilité permet de le visualiser assez clairement)

2. La variable aléatoire  $X$  associée au questionnaire du candidat le nombre de réponses correctes.

(a)  $(X = 3) = \{VVVF; VVfV; VFVV; FVVV\}$ , par conséquent

$$P(X = 3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{81}$$

(b) Le candidat est reçu s'il a donné au moins trois réponses exactes. Calculer la probabilité qu'il soit reçu.

On calcule  $P(X \geq 3)$  :

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{8}{81} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$$