

Nom :

Prénom :

Classe :

Correction de l'interrogation n°14

Exercice 1. ROC

Démontrer la propriété suivante :

**Propriété 1 :**On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$ alors $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ Démonstration :

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ on calcule le taux de variation de f entre x et $x+h$ avec $h \neq 0$ et $x+h \neq 0$, aller c'est parti :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \frac{x - (x+h)}{hx(x+h)} = \frac{-1}{x(x+h)}$$

ce qui tend vers $-\frac{1}{x^2}$ lorsque h tend vers 0, CQFD

Exercice 2.

1. Dériver les fonctions définies ci-dessous :

(a) $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 3x + 8$, alors

$$f'(x) = 16x^3 - 6x + 3$$

(b) $g(x) = (2x^3 + 3)(3x - 7)$, alors $f'(x) = 2x^2(3x - 7) + 3(2x^3 + 2)$ (c) $h(x) = \frac{2x^2 + 4}{3x - 1}$ pour $x \neq \frac{1}{3}$, alors pour $x \neq \frac{1}{3}$ on a :

$$h'(x) = \frac{4x(3x - 1) - 3(2x^2 + 4)}{(3x - 1)^2} = \frac{12x^2 - 4x - 6x^2 - 12}{(3x - 1)^2} = \frac{6x^2 - 4x - 12}{(3x - 1)^2}$$

(d) $k(x) = (-x^3 + 3x^2 + 1)^5$, alors

$$k'(x) = 5(-x^3 + 3x^2 + 1)^4(-3x^2 + 6x)$$

2. On considère la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_u$ de la fonction u au point d'abscisse 3
 $\forall x \in \mathbb{R}$ on a $u'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ et donc $u'(3) = -\frac{6}{100} = -\frac{3}{50}$, de plus $u(3) = \frac{1}{10}$, par conséquent l'équation de la tangente T est :

$$y = u'(3)(x - 3) + u(3) = -\frac{3}{50}x - \frac{9}{50} + \frac{1}{10} \iff y = -\frac{3}{50}x + \frac{7}{25}$$

Nom :

Prénom :

Classe :

Correction de l'interrogation n°14

Exercice 1. ROC

Démontrer la propriété suivante :

**Propriété 2 :**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \sqrt{x}$ alors $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$

Démonstration :

Pour $h \neq 0$ on calcule le taux de variation de f entre x et $x+h$, pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$, aller c'est parti :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

et ce taux de variation tend vers $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ lorsque h tend vers 0, par conséquent $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$

Exercice 2.

1. Dériver les fonctions définies ci-dessous :

(a) $f(x) = -4x^4 + 3x^2 - 3x - 8$, alors

$$f'(x) = -16x^3 + 6x - 3$$

(b) $g(x) = (2x^3 - 3)(3x + 7)$, alors

$$g'(x) = 6x^2(3x + 7) + 3(2x^3 - 3)$$

(c) $h(x) = \frac{2x^2 - 4}{3x - 1}$ pour $x \neq \frac{1}{3}$, alors pour $x \neq \frac{1}{3}$

$$h'(x) = \frac{4x(3x - 1) - 3(2x^2 - 4)}{(3x - 1)^2} = \frac{12x^2 - 4x - 6x^2 + 12}{(3x - 1)^2} = \frac{6x^2 - 4x + 12}{(3x - 1)^2}$$

(d) $k(x) = (x^3 - 3x^2 - 1)^5$, alors

$$k'(x) = 5(x^3 - 3x^2 - 1)^4(3x^2 - 6x)$$

2. On considère la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_u$ de la fonction u au point d'abscisse 0

$\forall x \in \mathbb{R}$ on a $u'(x) = -\frac{4x^3}{(x^4 + 1)^2}$ et donc $u'(0) = 0$, de plus $u(0) = 1$, par conséquent l'équation de la tangente T est :

$$y = u'(0)x + u(0) = 1 \iff y = 1$$