Devoir Surveillé 1 : Les fonctions

Exercice 1. ROC : Prouver le résultat suivant :
Si f et g sont croissante (respectivement décroissante) sur I alors $f+g$ est croissante (respectivement décroissante) sur I

Exercice 2. Soit f et g les fonctions définis sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = x^3 + 2x - 1$ et $g(x) = \sqrt{x}$

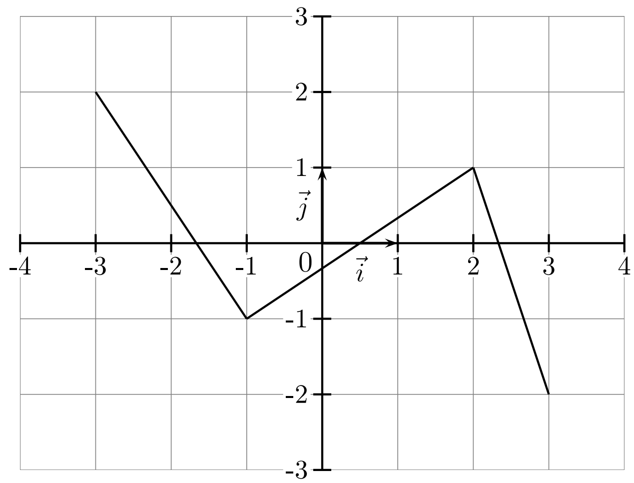
1. Décomposer f comme la somme de deux fonctions croissantes u et v sur $\mathbb{R}^+$ que l'on déterminera.
2. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}^+$
3. Dresser le tableau de variation de g, en déduire celui de $f+g$ sur $\mathbb{R}^+$
4. Définir la fonction $-5g$, puis déterminer le sens de variation de $-5g$ sur $\mathbb{R}^+$

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3(x-1)^2 + 2$

1. Démontrer que f est strictement croissante sur l'intervalle $[1; +\infty[$
2. Démontrer que f est minorée par 2 sur $\mathbb{R}$
3. Résoudre l'équation $f(x) = 5$
4. Déterminer deux fonctions g et h telles que $f = g \circ h$

Exercice 4. Fonctions associés et courbes
On considère une fonction f définie sur $[-3; 3]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous : Préciser l'ensemble de définition et représenter chacune des fonctions définies ci-dessous :

1. $f_1(x) = -f(x)$
2. $f_2(x) = \mid f(x) \mid$
3. $f_3(x) = f(x) + 1$
4. $f_4(x) = f(x+1)$



Exercice 5. Déterminer dans chaque cas $g \circ f$ et son ensemble de définition :

1. $f(x) = 2x - 5$ et $g(x) = \dfrac{1}{x}$
2. $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$
3. $f(x) = -7\sqrt{x}$ et $g(x) = x - 1$
4. $f(x) = x^4$ et $g(x) = 5x + 1$