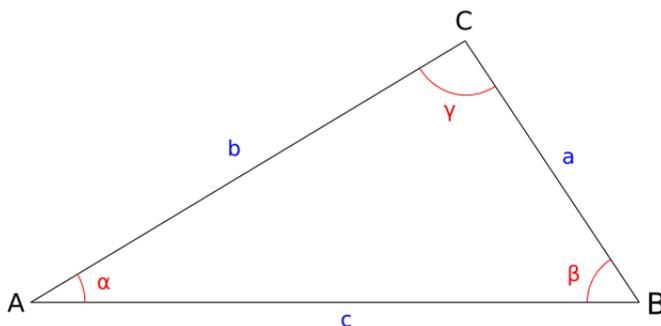


DM 9 : Formule d'Héron et recherche de lieux géométriques

Exercice 1. On se donne le triangle suivant, on note \mathcal{A} son aire



Le but du problème est de retrouver la formule de Héron, trouvée par Héron d'Alexandrie, qui permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque en ne connaissant que les longueurs des trois côtés du triangle :

$$\mathcal{A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{avec } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

s est le demi-périmètre du triangle, a , b et c sont les longueurs des côtés du triangle.

1. Montrer que $\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab\sqrt{(1-\cos\gamma)(1+\cos\gamma)}$

2. Montrer que $(1-\cos\gamma) = 1 - \frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab}$, puis en déduire que :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{4}\sqrt{[(a+b)^2 - c^2][c^2 - (a-b)^2]}$$

3. En déduire que

$$\mathcal{A} = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)}$$

4. Conclure

5. A.N : Calculer l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent 7, 12 et 18 cm.

Exercice 2. On considère un segment $[AB]$ tel que $AB = 6$ cm

1. Rechercher l'ensemble des points M du plan tels que $MA = 3MB$, représenter soigneusement cet ensemble en rouge.
2. Rechercher l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 10$, représenter soigneusement cet ensemble en bleu.
3. Rechercher l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 5$, représenter soigneusement cet ensemble en vert.